



Л.А. Чернышев

**ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА:
теоретические и практические
основы финансовых операций**

Екатеринбург
2016

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра экономики транспорта и логистики

Л.А. Чернышев

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА: теоретические и практические основы финансовых операций

Учебно-методическое пособие
для организации практических занятий
по дисциплине «Финансовая математика»
направление подготовки 38.03.01 «Экономика»

Екатеринбург
2016

Печатается по рекомендации методической комиссии ИЭУ.
Протокол № 2 от 5 сентября 2015 г.

Рецензент: Т.М. Алтунина – канд. эконом. наук, доц. кафедры КЭиЛ

Редактор Н.В. Рощина
Оператор компьютерной верстки Е.А. Газеева

Подписано в печать 30.06.16		Поз. 91
Плоская печать	Формат 60×84 1/16	Тираж 10 экз.
Заказ №	Печ. л. 3,25	Цена руб. коп.

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ
Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
<i>Практическое занятие 1. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Начисление простых и сложных процентов».....	4
<i>Практическое занятие 2. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Проценты и инфляция».....	11
<i>Практическое занятие 3. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Погашение кредита».....	19
<i>Практическое занятие 4. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Лизинг».....	26
<i>Практическое занятие 5. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Валютные расчеты и проценты».....	31
<i>Практическое занятие 6. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Операции с векселями».....	36
<i>Практическое занятие 7. Изучение теоретических основ</i> с закреплением материала решением задачи по теме «Облигации и акции».....	45
Библиографический список.....	57

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методические указания предназначены для организации практических занятий студентов очной и заочной форм обучения по дисциплине «Финансовая математика», направления подготовки бакалавров 38.03.01 «Экономика», профиль – экономика предприятий и организаций.

Учебно-методические указания содержат систематизированное изложение основных понятий и методов финансовых вычислений и количественного анализа финансовых операций. Содержание охватывает базовые разделы финансовой математики, а также построение плана погашения кредита и финансовый анализ инвестиций. Состав и последовательность рассмотрения учебного материала позволяет получить целостное представление о финансово-экономических расчетах и о практическом применении этих методов при разработке и реализации финансовых решений.

Учебно-методические указания направлены на формирование профессионального уровня бакалавров.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1

Изучение теоретических основ с закреплением материала решением задачи по теме «Начисление простых и сложных процентов»

1.1. Общие положения

Предоставление денег в долг во временное пользование может осуществляться различными способами: в виде денежной ссуды, сберегательного счета, открытия *депозита*, покупки *облигаций* и *векселей* и т. д. На занятые деньги с должника начисляются *проценты*. На практике начисление процентов всегда производится в дискретные моменты времени. Временная база обычно задается равной 360 или 365 дням.

Введем параметры денежной ссуды: S_0 – первоначальный размер ссуды; S_T – размер выплат по окончании ссуды; P – проценты на ссуду; T – срок ссуды в днях; $T_{\text{год}}$ – временная база (число дней в году); r – годовая процентная ставка.

Для краткосрочных ссуд со сроком меньше года для начисления выплат и процентов обычно используется *простая процентная ставка*, т. е.

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{rT}{100 \% T_{\text{год}}} \right) \text{ и } P = S_T - S_0. \quad (1.1), (1.2)$$

Сущность простых процентов в том, что они начисляются на одну и ту же величину капитала в течение всего срока ссуды.

Процентная ставка может изменяться в некоторые моменты времени в течение срока ссуды. В этом случае для расчетов необходимо задать число *периодов начисления*, таблицу процентных ставок и продолжительностей периодов начисления.

Процентные ставки	r_1	r_2	...	r_K
Периоды начисления	t_1	t_2	...	t_K

Для переменной простой процентной ставки используется формула

$$S_T = S_0 \left(1 + \sum_{k=1}^K \frac{r_k t_k}{100 \% T_{\text{год}}} \right), \quad (1.3)$$

где $T = \sum_{k=1}^K t_k$.

Кредитор полученные по окончании ссуды деньги может снова отдать в долг, т. е. *реинвестировать* накопленный капитал. В этом случае для расчетов необходимо задать число периодов реинвестирования, таблицу процентных ставок и продолжительностей периодов реинвестирования, аналогичную таблице для переменной процентной ставки. Для начисления выплат при реинвестировании используется формула

$$S_T = S_0 \prod_{k=1}^K \left(1 + \frac{r_k t_k}{100 \% T_{\text{год}}} \right). \quad (1.4)$$

Сложные процентные ставки обычно используются для долгосрочных ссуд со сроком более года.

При сложной процентной ставке процентный платеж в каждом расчетном периоде добавляется к капиталу предыдущего периода, а процентный платеж в последующем периоде начисляется уже на эту наращенную величину первоначального капитала. Процентный платеж может начисляться как в начале каждого периода (*антисипативное начисление* процентов), так и в его конце (*декурсивное начисление* процентов). Последний способ наиболее распространен. Выплаты при постоянной сложной процентной ставке следующие:

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{r}{100 \%} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}}. \quad (1.5)$$

Если число $\frac{T}{T_{\text{год}}}$ не целое, используется смешанный способ начисления процентов:

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{r}{100\%} \right)^{\left[\frac{T}{T_{\text{год}}} \right]} \left(1 + \frac{r}{100\%} \left(\frac{T}{T_{\text{год}}} - \left[\frac{T}{T_{\text{год}}} \right] \right) \right), \quad (1.6)$$

где $\frac{T}{T_{\text{год}}}$ – целая часть числа. Если проценты начисляются только за целые периоды, то

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{r}{100\%} \right)^{\left[\frac{T}{T_{\text{год}}} \right]}. \quad (1.7)$$

Как и в случае простой процентной ставки, сложная процентная ставка может изменяться в некоторые моменты времени. Выплаты при переменной сложной процентной ставке следующие:

$$S_T = S_0 \prod_{k=1}^K \left(1 + \frac{r_k}{100\%} \right)^{\frac{t_k}{T_{\text{год}}}}. \quad (1.8)$$

При расчете выплат может приниматься во внимание *инфляция*, т. е. уменьшение покупательной способности денег.

В этом случае выплаты рассчитываются либо по точной (1.9), либо по приближенной (1.10) формулам:

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{r}{100\%} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}} \left(1 + \frac{p}{100\%} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}} \text{ и } S_T = S_0 \left(1 + \frac{r+p}{100\%} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}}, \quad (1.9), (1.10)$$

где r – реальная процентная ставка, p – годовой темп инфляции.

При начислении сложных процентов m раз в году выплаты следующие:

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{r}{100\%m} \right)^{\frac{Tm}{T_{\text{год}}}}. \quad (1.11)$$

Ставку r в этом случае принято называть *номинальной годовой процентной ставкой*.

Для вычисления простой процентной ставки, дающей эквивалентный результат к выплатам по сложной процентной ставке, достаточно приравнять финальные выплаты при обоих способах начисления процентов и одинаковой начальной сумме капитала и найти простую процентную ставку из возникшего уравнения, т. е.

$$R_{np} = \frac{T_{\text{год}} \left[\left(1 + \frac{r_{\text{сл}}}{100\%} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}} - 1 \right] 100\%}{T}. \quad (1.12)$$

Обычно при удержании процентов в момент выдачи ссуды, при учете векселей, при покупке *депозитных сертификатов* возникает задача определения по заданной сумме S_T , которую следует уплатить через время T , сумму получаемой ссуды S_0 при заданной годовой процентной ставке d . В этой ситуации начальную сумму S_0 принято называть *современной величиной* (приведенной стоимостью), ставку d – *дисконтной* или *учетной процентной ставкой*, величину $D = S_T - S_0$ – *дисконтом*, а процедуру определения современной величины – *дисконтированием*. При дисконтировании обычно задают $T_{\text{год}} = 360$.

Существует два способа дисконтирования при простой процентной ставке: математическое дисконтирование (1.13) и банковский учет (1.14):

$$S_0 = S_T \frac{1}{1 + \frac{d_d T}{100 \% T_{\text{год}}}} \text{ и } S_0 = S_T \left(1 - \frac{d_y T}{100 \% T_{\text{год}}} \right), \quad (1.13), (1.14)$$

где d_y – учетная ставка, d_d – дисконтная ставка.

Для определения учетной ставки, дающей эквивалентный результат к математическому дисконтированию, достаточно приравнять современные величины при обоих способах дисконтирования и при одинаковой конечной сумме капитала и найти учетную ставку из возникшего уравнения, т. е.

$$d_y = \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{d_d T}{100 \% T_{\text{год}}}} \right] \frac{100 \% T_{\text{год}}}{T}. \quad (1.15)$$

Для дисконтирования при сложной процентной ставке при начислении процентов один раз в году используется формула

$$S_0 = S_T \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{100 \%} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}}}. \quad (1.16)$$

Для дисконтирования при сложной процентной ставке при начислении процентов m раз в году используется формула

$$S_0 = S_T \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{100 \% m} \right)^{\frac{Tm}{T_{\text{год}}}}}. \quad (1.17)$$

В теоретических финансовых расчетах часто используется *непрерывное начисление процентов*. При этом годовая процентная ставка r называется

силой роста и может задаваться как постоянной, так и зависящей от времени. Выплаты при переменной силе роста определяются по формуле (1.18), при постоянной силе роста – по формуле (1.19).

$$S_T = S_0 e^{\int_0^T \frac{r_t}{100\%} dt} \quad \text{и} \quad S_T = S_0 e^{\frac{0,5r^2}{100\%}}. \quad (1.18), (1.19)$$

Получение и погашение долгосрочного кредита, погашение различных видов задолженности, денежные показатели инвестиционного процесса предусматривают не отдельные разовые платежи, а множество распределенных во времени выплат и поступлений, называемых *потоком платежей*. Специальный поток платежей, в котором временные интервалы между двумя последовательными равными платежами постоянны, называется *финансовой рентой*. Финансовая рента возникает, например, при выплате процентов по облигациям либо при погашении потребительского кредита.

При расчете финансовых рент часто возникает необходимость определения суммы всех платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты:

$$S_T = \frac{R}{p} \sum_{t=0}^{T_p-1} \left(1 + \frac{r}{100\% m}\right)^{\frac{m}{p} t} = \frac{R \left[\left(1 + \frac{r}{100\% m}\right)^{T_m} - 1 \right]}{p \left[\left(1 + \frac{r}{100\% m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1 \right]}, \quad (1.20)$$

где R – член ренты, т. е. величина каждого годового платежа, p – число платежей в году, m – число начислений процентов в году, T – срок ренты в годах (время от начала ренты до конца последнего периода выплат); T_p – целое число периодов выплат.

Планирование погашения задолженности, кредита или ссуды заключается в определении периодических расходов по займу, т. е. размеров срочных уплат. Срочные уплаты охватывают как текущие процентные платежи, так и средства, предназначенные для погашения основного долга.

Вводим следующие параметры плана погашения долга: T – срок займа в годах; g – годовая ставка процентов, начисляемых на сумму задолженности; y_t – срочные уплаты (периодические расходы по займу); d_t – размер погашения основной суммы долга на t -ом периоде; D_t – остаток задолженности на начало t -го периода; P_t – выплаченные проценты на t -ом периоде.

При погашении долга равными суммами с платежами p раз в году с одновременной выплатой процентов параметры плана погашения определяются по формулам ($t = 1 \dots T_p$):

$$y_t = \frac{D_t g}{100\% p} + \frac{D_t}{T_p}; \quad D_{t+1} = D_t - \frac{D_t}{T_p}; \quad d_t = \frac{D_t}{T_p}; \quad P_t = \frac{D_t g}{100\% p}. \quad (1.21) - (1.24)$$

1.2. Задания для закрепления материала

Вариант 1

Предприятие взяло кредит 100 млн руб. сроком на 2 года под 15 % годовых и по истечении заемного периода должно вернуть кредит с процентами. Сколько должно заплатить предприятие? Проценты простые.

Вариант 2

Молодая семья получила от банка ссуду на строительство жилья в размере 60 млн руб. сроком на 3 года под простую процентную ставку 16 % годовых. Определите наращенную сумму кредита и проценты.

Вариант 3

Определите период времени, необходимый для удвоения капитала по простым и сложным процентам при процентной ставке 12 % годовых. В последнем случае начисление процентов ежемесячное.

Вариант 4

Фирме предоставлен льготный кредит в 50 тыс. \$ на 3 года под 12 % годовых. Проценты на кредит начисляются один раз в год. По условиям договора фирма имеет право оплатить кредит и проценты единым платежом в конце трехлетнего периода. Сколько должна заплатить фирма при расчете по простым и сложным процентам?

Вариант 5

Коммерческий банк привлекает средства населения под простые проценты с процентной ставкой 36 % годовых. Клиент внес 6 млн руб. на депозит с 12 февраля по 24 апреля. Определите величину коэффициента наращивания и наращенную сумму для случая: а) точных процентов с точным числом дней; б) обыкновенных процентов с точным числом дней; в) обыкновенных процентов с приближенным числом дней. Год не високосный.

Вариант 6

Предприятие получило кредит на 3 года под годовую процентную ставку 48 %. Комиссионные составляют 5 % от суммы кредита.

Определите эффективную процентную ставку кредита, если: а) кредит получен под простые проценты; б) кредит получен под сложные проценты с начислением процентов один раз в год; в) при ежемесячном начислении процентов.

Вариант 7

Фирма внесла в коммерческий банк 28 млн руб. на срок с 9 ноября по 21 ноября того же года. На вклады «до востребования» банк начисляет проценты – 36 % годовых. Проценты обыкновенные с приближенным числом дней в году. Определите наращенную сумму.

Вариант 8

Сопоставьте условия четырех банков: а) проценты простые и процентная ставка 48 %; б) номинальная процентная ставка – 46 % годовых, начисление процентов происходит по полугодиям; в) номинальная процентная ставка – 45 %, начисление процентов поквартальное; г) номинальная процентная ставка – 44 %, начисление процентов ежемесячное.

Вариант 9

Реклама одного коммерческого банка предлагает 84 % годовых при ежемесячном начислении процентов. Другой коммерческий банк предлагает 88 % годовых при поквартальном начислении процентов. Срок хранения вклада – 12 месяцев. Какому банку отдать предпочтение?

Вариант 10

Клиент получил кредит сроком на 3 месяца в 6 млн руб. Сумма возврата кредита – 7,5 млн руб. Определите процентную ставку банка.

Вариант 11

Определите период времени, необходимый для утроения капитала по простым и сложным процентам при процентной ставке 48 % годовых. В последнем случае начисление процентов квартальное.

Вариант 12

Определите, какую процентную ставку должна установить при кредите 2000\$ финансовая компания, чтобы при сроке кредита в 84 дня иметь прибыль не менее 120\$. Проценты обыкновенные с приближенным числом дней.

Вариант 13

Банк принимает валютные вклады на депозит с номинальной процентной ставкой 12 % годовых. Начисление процентов ежемесячное. Определите доход клиента при вкладе 2500\$ и сроке вклада 6 месяцев.

Вариант 14

Определите наращенную сумму вклада в 3 млн руб. при сроке вклада 2 года по номинальной процентной ставке 40 % годовых. Начисление процентов производится: а) один раз в год; б) по полугодиям; в) поквартально; г) ежемесячно.

Вариант 15

Производственно-коммерческая фирма получила кредит в 900 млн руб. сроком на 3 года. Проценты – сложные. Процентная ставка за первый год 40 % и каждый последующий год увеличивается на 5 %. Определите сумму возврата кредита.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 2

Изучение теоретических основ с закреплением материала
решением задачи по теме «Проценты и инфляция»

2.1. Общие положения

Инфляция – обесценивание денег, обусловленное чрезмерным увеличением выпущенной в обращение массы бумажных денег и безналичных выплат по сравнению с реальным предложением платных товаров и услуг.

Обратный процесс – *дефляция* – изъятие из обращения части избыточной денежной массы, комплекс мер по сдерживанию или уменьшению инфляции. Дефляция – процесс уменьшения цен, который характерен для случая, когда экономика находится в состоянии глубокого кризиса.

Проявляется инфляция в росте цен на товары. На одни товары цены могут расти, на другие – уменьшаться, но если наблюдается устойчивая тенденция массового повышения цен, то это уже инфляция.

Изменение цен на товары и услуги определяется при помощи *индекса цен*. Индекс цен численно равен отношению цен на товары, услуги или работы в один период времени к ценам этих же товаров, услуг или работ в другой период времени. Индивидуальный индекс цен относится к определенному виду товара, услуги и равен

$$i = P_i / P_o , \quad (2.1)$$

где P_i – цена товара в данный период, P_o – цена того же товара в период, принятый за базисный. *Агрегатный индекс цен* рассчитывается по группе товаров, услуг и равен

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n P_i q_i}{\sum_{i=1}^n P_o q_i} , \quad (2.2)$$

где q_i – объем реализованных товаров, услуг в натуральном выражении по данной группе товаров в данный период.

Агрегатный индекс цен численно равен отношению цены группы товаров (услуг) за данный период к цене той же группы товаров (услуг) в базисном периоде. Индекс цен на потребительские и промышленные товары регулярно публикуется.

Коэффициент падения покупательной способности денег определяется как величина, обратная индексу цен. В США за базисный год принят 1967 г. Индекс цен в 1967 г. считается 100 %. Индекс цен за 1985 г. равен 322,2 %, т.е. цены выросли в среднем в 3,222 раза. Коэффициент

падения потребительской способности денег за 1985 г. равен $1 / 3,222 \cdot 100 \% = 31,04 \%$, и реальная покупательная способность денег равна 31,04 % по сравнению с 1967 г. Индекс потребительских цен определяется по стоимости «потребительской корзины». Процентное изменение индекса потребительских цен называется *уровнем инфляции*.

Пусть S – некоторая сумма денег, имеющаяся у клиента в данный момент; S_t – сумма денег через время t , покупательная способность которой равна S . Вследствие инфляции $S_t > S$ и $S_t = S + \Delta S$, где ΔS – некоторая сумма денег, которая добавляется к S для сохранения покупательной способности. Под *средним уровнем инфляции* за какой-то период времени понимается

$$\tau \% = \Delta S \cdot 100 \% / S. \quad (2.3)$$

Под *относительным средним уровнем инфляции* понимается

$$\tau = \tau \% / 100 \% = \Delta S / S. \quad (2.4)$$

Основными показателями инфляции считаются:

а) *средний годовой уровень инфляции*

$$\tau_z = \Delta S / S, \quad (2.5)$$

где ΔS – сумма, которую требуется добавить к S для сохранения стоимости годовой «потребительской корзины»;

б) *индекс инфляции* $I_u = S_t / S$; так как $S_t = S + \Delta S$, то

$$I_u = 1 + \tau_z. \quad (2.6)$$

Годовой индекс инфляции показывает, во сколько раз возрастет цена «потребительской корзины» за год.

Различают три вида инфляции:

а) *умеренная*, или ползучая, инфляция с годовым уровнем инфляции от 3 до 10 % в год; стоимость денег соответственно сокращается;

б) *галолирующая*, или открытая, инфляция при уровне инфляции от 10 до 20 % в год (потребители ускоренно стараются материализовать деньги в товары; в выигрыше оказываются заемщики, так как уменьшается стоимость кредитов);

в) *гиперинфляция* при годовом уровне инфляции свыше 100 %; при такой инфляции население пытается вложить деньги в активы, не подверженные инфляции, или в стабильную валюту.

Так, в августе 1994 г. месячный уровень инфляции в Республике Беларусь достиг 53 %. Население и предприятия бросились скупать твердую валюту – доллары. На сентябрь 1994 г. каждый второй рубль промышленности вкладывала в валюту.

Для спасения белорусского рубля и ограничения денежной массы была повышена плата за кредиты до 35 % в месяц и 25 % по депозитам. Эти и

ряд других мер позволили снизить инфляцию до приемлемых размеров. В мае 1995 г. уровень инфляции (месячный) составил 3,5 %, в июне – 2,0 %, в июле – 5,2 %.

До 1936 г. считалось, что инфляция исключительно деструктивна. Однако, по утверждению Дж. Кейнса, инфляция приводит к развитию экономики, безинфляционное развитие – к накоплению денег, между тем как инфляция обесценивает их и стимулирует потребление.

При простой годовой процентной ставке i *наращенная сумма с учетом инфляции*

$$S = P K_{ни}, \quad (2.7)$$

где $K_{ни}$ – коэффициент наращения с поправкой на инфляцию

$$K_{ни} = (1 + i) (1 + \tau_z) = I_u (1 + i). \quad (2.8)$$

Пример 2.1. Фирма договорилась с банком о выделении кредита в 60 млн руб. на год под 40 % ставку простых процентов без учета инфляции. Ожидаемый годовой уровень инфляции 36 %. Определите процентную ставку с учетом инфляции, коэффициент наращения и дисконт банка.

$$\begin{array}{l|l} P = 60 \text{ млн руб.} & i_\tau = 0,4 + 0,36 + 0,4 \cdot 0,36 = 0,904; K_{ни} = (1 + 0,4)(1 + 0,36) = 1,904; S_\tau = P K_{ни} = 60 \cdot 1,904 = 114,24 \text{ млн руб.} \\ i = 0,4 \quad \tau_z = 0,36 & \\ \hline i_\tau, K_{ни}, D - ? & D = S_\tau - P = 114,24 - 60 = 54,24 \text{ млн руб.} \end{array}$$

Если срок кредита, или депозита, составляет d дней при годовой процентной ставке i и годовом уровне инфляции τ_z , то величина наращенной суммы

$$S = P \left(1 + \frac{\partial}{K} i \right), \text{ а } S_\tau = P K_{ни} = P \left(1 + \frac{\partial}{K} i \right) \left(1 + \frac{\partial}{K} \tau_z \right). \quad (2.9), (2.10)$$

Введем годовую процентную ставку i_τ , исправленную на инфляцию:

$$S_\tau = P \left(1 + \frac{\partial}{K} i_\tau \right). \quad (2.11)$$

Из двух последних выражений для S_τ получим

$$i_\tau = i + \tau_z + \frac{\partial}{K} i \tau_z. \quad (2.12)$$

Обычно публикуются месячные уровни инфляции, и только после окончания года выводится средний годовой уровень инфляции. Уровень инфляции на следующий месяц можно приблизительно предсказать, обработав предыдущие месячные уровни инфляции по скользящей средней.

Если τ_l – месячный уровень инфляции за первый месяц, то наращенная сумма к концу первого месяца $S_{\tau l} = S (1 + \tau_l)$ и так далее. При

неравенстве месячных уровней инфляции годовая процентная ставка с учетом инфляции ($m < N$):

$$i_{\tau} = \frac{\left(1 + \frac{m}{N}i\right)(1 + \tau_1)(1 + \tau_2) \dots (1 + \tau_m) - 1}{m / N}, \quad (2.13)$$

где τ_1, \dots, τ_m – месячные уровни инфляции; $N = 12$ – количество месяцев в году.

Если $\tau_1 = \tau_2 = \tau_m = \tau$, то

$$i_{\tau} = \frac{\left(1 + \frac{m}{N}i\right)(1 + \tau)^m - 1}{m / N}. \quad (2.14)$$

Инфляция приводит к сложным процентам. Если ссуда больше года ($m/N = n$), то

$$i_{\tau} = \frac{(1 + ni)(1 + \tau_e)^n - 1}{n}, \text{ а } S_{\tau} = P (1 + ni_{\tau}), \quad (2.15), (2.16)$$

где τ_e – годовой уровень инфляции.

Наращенная сумма по формуле сложных процентов с учетом инфляции:

$$S_{\tau} = P (1 + i_c)^n (1 + \tau_{e1}) (1 + \tau_{e2}) \dots (1 + \tau_{en}), \quad (2.17)$$

где $\tau_{e1}, \tau_{e2}, \tau_{e3} \dots \tau_{en}$ – годовые уровни инфляции за первый год, второй и т. д.

Ставка сложных процентов с учетом инфляции:

$$i_{c\tau} = i_c + \tau_e + i_c \cdot \tau_e. \quad (2.18)$$

Коэффициент наращивания

$$K_{nu} = (1 + i_c)^n (1 + \tau_e)^n = (1 + i_{c\tau})^n. \quad (2.19)$$

Если сложные проценты начисляются m раз в году и n лет по номинальной ставке сложных процентов j , то наращенная сумма с учетом инфляции равна

$$S_{\tau} = P \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} (1 + \tau_e)^n = P \left(1 + \frac{j_{\tau}}{m}\right)^{mn}; j_{\tau} = \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)(1 + \tau_e)^{1/m} - 1\right]m. \quad (2.20), (2.21)$$

Коэффициент наращивания

$$K_{nu} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} (1 + \tau_e)^n. \quad (2.22)$$

2.2. Задачи для закрепления материала

Вариант 1

1. Предприятию выделен льготный банковский кредит в 2000 млн руб. сроком на 3 года под 5 % годовых. Проценты сложные и начисляются один раз в год. Определите процентную ставку с учетом инфляции, коэффициент наращенная и наращенную сумму. Средний годовой уровень инфляции равен 36 %.

2. Предприятие взяло кредит 800 млн руб. на срок с 1 февраля по 1 августа 1995 г. Номинальная процентная ставка $j = 12$ %. Месячные уровни инфляции в России за этот период: февраль – 11 %, март – 8,2 %, апрель – 8,5 %, май – 7,9 %, июнь – 6,7 %, июль – 5,4 %. Определите коэффициент наращенная, номинальную годовую ставку процентов и наращенную сумму с учетом инфляции. Начисление процентов ежемесячное.

Вариант 2

1. В конце 1990 г. на сберегательной книжке пенсионера было 1000 руб. Годовой банковский процент по срочным депозитам составляет 3 %. Проценты сложные с начислением процентов один раз в год. Индекс инфляции с 1991 г. по август 1997 г. равен 6169. Чему должна быть равна наращенная сумма вклада с учетом инфляции?

2. Коммерческий банк принимал вклады от населения в первой половине 1997 г. под процентную ставку 54 % годовых. Проценты сложные и начисляются ежемесячно. Средний месячный уровень инфляции – 5,9 %. Определите реальную процентную ставку доходности.

Вариант 3

1. Коммерческий банк принимает вклады населения на депозиты сроком на 90 дней, обещая доход 24 % годовых. Годовой уровень инфляции 48 %. Определите процентную ставку банка с учетом инфляции, коэффициент наращенная. Принять 365 дней в году.

2. Месячные уровни инфляции ожидаются на уровне 3 %. Определите истинную процентную ставку доходности годового вклада, если банки принимают вклады под процентные ставки от 60 до 100 %. Проценты сложные и начисляются один раз в месяц.

Вариант 4

1. Фирма получила кредит в 40 млн руб. на один месяц под годовую процентную ставку 12 %. Проценты простые. Месячный уровень инфляции – 5,9 %. Определите месячную процентную ставку с учетом инфляции, наращенную сумму и процентные деньги.

2. Срочные вклады на начало 1996 г. принимались банками под процентные ставки от 60 до 100 %. Ожидаемый годовой уровень инфляции –

30 %. Определите истинный процент доходности вкладов в коммерческие банки, если проценты сложные и начисление процентов проходит ежемесячно.

Вариант 5

1. Фирма обратилась в банк за кредитом в 100 млн руб. сроком на один месяц. Банк выделяет такие кредиты под простую годовую процентную ставку 24 % без учета инфляции. Месячные уровни инфляции за три предыдущие месяца: 1,8 %; 2,4 %; 2,6 %. Кредит выделен с учетом среднего уровня инфляции за три указанных месяца. Определите процентную ставку банка с учетом инфляции, сумму возврата, дисконт банка.

2. Коммерческие банки принимают вклады от населения «до востребования» под 60 % годовых с ежемесячной капитализацией процентов. Определите истинную процентную ставку банка с учетом инфляции, наращенную сумму и доходность клиента от вклада в 3 млн руб. по истечении 1 года, если средний уровень инфляции 3,5 %.

Вариант 6

1. Предприятию выделен кредит в 500 млн руб. сроком на один год. Реальная ставка доходности по кредиту – 18 % годовых. Проценты простые. Ожидаемый месячный уровень инфляции – 3 %. Определите, какую процентную ставку по кредитам применит банк, и наращенную сумму.

2. Средний месячный уровень инфляции с января по июнь 1997 г. – 5,9 %. Какой должна быть годовая процентная ставка банка по депозитам, чтобы обеспечить реальную доходность вкладов 12 % годовых. Проценты сложные и начисляются ежемесячно.

Вариант 7

1. Банк выдал клиенту кредит на 3 месяца. Сумма кредита – 24 млн руб. Банк требует, чтобы реальная ставка доходности была 12 % годовых. Прогнозируемый средний месячный уровень инфляции – 3,6 %. Определите простую процентную ставку банка, наращенную сумму.

2. Кредит в 500 млн руб. получен сроком на один год под номинальную процентную ставку 18 % годовых. Начисление процентов ежемесячное. Ожидаемый среднемесячный уровень инфляции – 3 %. Определите процентную ставку банка с учетом инфляции и наращенную сумму.

Вариант 8

1. Индекс инфляции за октябрь 1995 г. – 103,4 %. Коммерческий банк выделяет фирме кредит в 30 млн руб. сроком на 120 дней под простую процентную ставку 84 % годовых без учета инфляции. Определите процентную ставку возврата кредита с учетом инфляции. Банковский год $K = 360$ дней.

2. Коммерческий банк принимает рублевые вклады от населения «до востребования» под 60 % годовых. Проценты простые. Определите реальную процентную ставку, если средний месячный уровень инфляции составляет 2,5 % в месяц.

Вариант 9

1. Доходность финансовой компании от выделенного кредита должна составлять не менее 30 % годовых. Проценты простые. Какую процентную ставку должна назначить финансовая компания, если месячные уровни инфляции составляют от 2 до 6 % в месяц.

2. Клиент внес в коммерческий банк 3 млн руб. под простые проценты «до востребования» с 1 февраля 1995 г. по 1 августа 1995 г. Месячные уровни инфляции в этот период составили: февраль – 33,7 %; март – 20 %; апрель – 14,5 %; май – 3,4 %; июнь – 2,5 %; июль – 5,2 %. Какой годовой процент должен дать банк, чтобы обеспечить уровень доходности 24 простых процента в год? Какова при этом наращенная сумма за рассматриваемый период?

Вариант 10

1. Рассчитайте процентную ставку с поправкой на инфляцию для случая, когда годовой уровень инфляции 240 %. Банк выдал фирме кредит 80 млн руб. на 1,2 года под ставку 10 %. Определите погашаемую сумму и доход банка.

2. Фирме необходим кредит на сумму 60 млн руб. сроком на три месяца. Годовая процентная ставка (простые проценты) за кредиты (без учета инфляции) – 48 %. Месячные уровни инфляции за три предыдущих месяца – 3,4 %, 2,5 %, 5,2 %.

Кредит выделен с расчетом на средний уровень инфляции, рассчитанный по трем предыдущим месяцам. Определите процентную ставку кредита, наращенную сумму и дисконт банка.

Вариант 11

1. Клиент поместил на депозит вклад 1 млн руб. Определите размер наращенной суммы за полгода, обеспечивающий реальный дохода клиента в 10 % годовых, если индекс потребительских цен за полгода составил 143,2 %. Проценты простые.

2. Фирма взяла кредит в коммерческом банке на 2 месяца под процентную ставку 30 % годовых (без учета инфляции). Предполагаемый средний месячный уровень инфляции – 2 %. Определите процентную ставку кредита с учетом инфляции и коэффициент наращения.

Вариант 12

1. Фирма взяла кредит в 60 млн руб. сроком на 3 месяца. Проценты простые, и процентная ставка 12 % годовых (без учета инфляции). Месячные уровни инфляции за указанные месяцы – 3,4 %; 2,5 %; 5,2 %. Определите эффективную процентную ставку кредита и наращенную сумму.

2. Годовой уровень инфляции не должен превышать 25 %. Какой будет годовая процентная ставка банка при реальном уровне доходности 12 и 24 % годовых. Проценты простые.

Вариант 13

1. Месячные уровни инфляции ожидаются на уровне 3 %. Определите истинную процентную ставку доходности годового вклада, если банки принимают вклады под номинальные процентные ставки 40 %, 50 %, 60 %. Проценты сложные и начисляются ежемесячно.

2. Диапазон годовых процентных ставок коммерческих банков – от 50 до 100 %. Проценты простые. Рассчитайте истинную процентную ставку при месячном уровне инфляции 1,5 %.

Вариант 14

1. Рассчитайте процентную ставку, которую должны давать коммерческие банки клиентам, если месячные уровни инфляции 1,5 %. Проценты простые, и доходность вклада должна составлять не менее 24 % годовых.

2. Клиент оформляет вклад на срочный депозит сроком на 1 месяц в коммерческом банке. Процентная ставка банка 60 % годовых. Годовой уровень инфляции 40,8 %. Определите реальную годовую процентную ставку прибыли, по которой оформлен вклад.

Вариант 15

1. Потребительские цены в России выросли: 1991 г. в 2,6 раза; 1992 г. – в 26,1; 1993 г. – в 9,4; 1994 г. – в 3,2; 1995 г. – в 2,3; 1996 г. – в 1,2; с января по август 1997 г. – в 1,095 раза. Во сколько раз выросли цены с 1991 г. по август 1997 г.?

2. Индекс потребительских цен за июль 1997 г. по сравнению с июнем составил 101,4 %, а за первую половину года – 141,3 %. Определите месячный уровень инфляции за июль и средний месячный уровень инфляции за первую половину 1997 г.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 3

Изучение теоретических основ с закреплением материала решением задачи по теме «Погашение кредита»

3.1. Содержание работы

Кредит – форма движения ссудного (денежного) капитала, предоставляемого заемщику во временное пользование на условиях возвратности, срочности и за плату в виде процента. При *межбанковском кредите* денежные средства предоставляются банками друг другу.

При *банковском кредите* денежные средства предоставляются банком или финансовой компанией (по более высокой процентной ставке) предприятиям или населению во временное пользование. Банковский кредит имеет строго целевой и срочный характер. Обычно это краткосрочный кредит с целью увеличить оборотный капитал предприятия, продержаться до погашения дебиторской задолженности, уплатить налоги и т. д.

Ссудный процент – плата, получаемая кредитором от заемщика за пользование заемными средствами. Размер ссудного процента зависит от размера кредита, срока кредита и процентной ставки. При выдаче кредита кредитор подвергается кредитному риску, под которым понимается вероятность неоплаты задолженности по платежам и обязательствам в установленный контрактом срок. Традиционно условия кредита выражаются в форме процентной ставки. На размер банковской процентной ставки влияют такие факторы, как спрос и предложение денежного капитала, инфляция, объем денежных накоплений населения, рост производства, наличие других источников кредитования, надежность заемщика, государственное регулирование, устойчивость национальной валюты.

Банковские кредиты классифицируются:

- в зависимости от обеспечения: без обеспечения (бланковые) и с обеспечением (под залог векселя, товара или ценных бумаг);
- по срокам погашения: онкольные (до востребования), краткосрочные (менее одного года), среднесрочные (менее пяти лет), долгосрочные (более пяти лет);
- по характеру погашения (единовременно или в рассрочку);
- по методу взимания процентов: проценты удерживаются в момент предоставления ссуды, проценты удерживаются в момент погашения кредита и проценты удерживаются на протяжении всего срока кредита;
- по категориям заемщиков.

Пример 3.1. Кредит в размере 200 млн руб., выданный под 40 % годовых, должен погашаться равными суммами в течение 2 лет. Платежи производятся каждые полгода. $T = 2$, $D_1 = 200$ млн руб., $p = 2$, $g = 40 \%$, $d_t = 50$ млн руб. (табл. 1).

Таблица 1

Погашение кредита равными суммами каждые полгода (пример 3.1)

Показатель	Единица измерения периода, млн руб.			
t	1	2	3	4
D_t	200	150	100	50
g_t	90	80	70	60
P_t	40	30	20	10

Перед заключением кредитного договора банк проверяет дееспособность, правоспособность и платежеспособность клиента. Для этого анализируются балансы, отчеты о состоянии дел, структура капитала, экономическая эффективность и т. д. В кредитном договоре указывается сумма и срок кредита, проценты и прочие расходы, обеспечение кредита, форма передачи кредита. Если фирма хорошо известна и надежна, обеспечением служит само имя и репутация фирмы. Один из способов предоставления обеспечения банку – страховка. Если фирма не вернет долг, банк получит взамен долга и процентов сумму страховки. Обеспечением может быть имущество фирмы – здания и оборудование. Это так называемая закладная под недвижимость. Если фирма не сможет рассчитаться с банком, недвижимость фирмы перейдет в собственность банка.

При гарантированном кредите банк требует предоставления гарантий лиц, других компаний либо государства в связи с недостаточной надежностью заемщика.

Иногда банк или финансовая компания, выдавшие кредит, требуют внести обеспечение (залог) в виде процентной ставки от номинальной стоимости кредита. Если залог и проценты за выданный кредит выплачиваются при выдаче кредита, то это увеличивает реальную процентную ставку за пользование кредитом.

Пример 3.2. Фирма взяла кредит в 300 млн руб. сроком на один год под 16 % годовых. Проценты за кредит банк берет авансом, поэтому реальная процентная ставка за пользование кредитом следующая:

$$i_p = \frac{ip}{p - ip} = \frac{0,16 \cdot 300}{300 - 0,16 \cdot 300} = 0,1905. \quad (3.1)$$

Если банк требует залог в $r = 10\%$, то реальная процентная ставка за пользование кредитом следующая:

$$i_p = \frac{ip}{p - ip - rp} = \frac{0,16 \cdot 300}{300 - 0,16 \cdot 300 - 0,1 \cdot 300} = 0,2162. \quad (3.2)$$

Одной из форм банковского кредита является *ломбардный кредит*. Этот кредит выдается под залог ценных бумаг (облигаций, акций). Обычно срок ломбардного кредита не превышает трех месяцев, а величина кредита – 90 % курсовой стоимости ценных бумаг.

Если кредит просрочен, то применяются *штрафные санкции* – увеличенная процентная ставка за весь срок кредита. В дальнейшем ценные бумаги переходят в пользование кредитора и реализуются им в счет платы за кредит и проценты.

Пример 3.3. Фирма получила банковский кредит на два месяца с 13.04 по 13.06 под залог 600 акций, курсовая стоимость которых на 13.04 составляла 50 тыс. руб. Номинальная величина кредита – 60 % от курсовой стоимости акций. Процентная ставка – 20 % годовых. Банк за обслуживание кредита взимает 0,7 %. Требуется определить сумму полученного кредита, процентную ставку и сумму процентных денег, если проценты за кредит банк берет авансом.

Сумма начисленного кредита $P = 600 \cdot 50 \cdot 0,6 = 18000$ тыс. руб. = 18 млн руб. Проценты за кредит $I = P \cdot \partial / K \cdot i = 18 \cdot 59 / 360 \cdot 0,2 = 0,59$ млн руб. За обслуживание кредита $I_1 = 18 \cdot 0,007 = 0,126$ млн руб. Сумма полученного кредита $P_1 = 18 - 0,59 - 0,126 = 17,284$ млн руб. Реальная процентная ставка за кредит $i_p\% = 360 / 59 \cdot (0,59 + 0,126) / 17,284 \cdot 100\% = 25,3\%$.

Коммерческий кредит предоставляет одна фирма другой. Обычно это поставка товара. Оплата производится после продажи товара или выполнения услуг. Оформляется этот вид кредита через счет-фактуру. Записывается в бухгалтерские книги продавца и покупателя как дебиторская и кредиторская задолженность. Покупатель выдает продавцу расписку.

Например, магазин получает у фирмы партию обуви с отсрочкой платежа на месяц. Через месяц магазин должен рассчитаться с фирмой-поставщиком за обувь и, кроме того, уплатить определенный процент за кредит. Процентная ставка при коммерческом кредите ниже, чем при банковском.

Долгосрочным кредитом на приобретение недвижимости, оборудования, земли является инвестиционный кредит, который предоставляется коммерческими банками, страховыми и финансовыми компаниями, пенсионными фондами, государственными организациями.

Для покупки дорогостоящих товаров физическим лицам предлагается *потребительский кредит*. Обычно его предоставляет торговая компания, банк или финансовая компания. Одна из форм такого кредита – продажа товаров в рассрочку.

В случае временного недостатка средств различные правительственные учреждения на уровне государства могут прибегнуть к так называемому *государственному кредиту*.

Наконец, для исполнения общественно значимых проектов выделяются специальные средства – *государственные субсидии*. Государственные субсидии могут выдаваться как государственным, так и частным фирмам. Фирмы при этом получают средства от государства бесплатно и безвозмездно, т. е. эти суммы не возвращаются государству, и проценты по ним не выплачиваются (например, частичное финансирование частных школ).

При проведении финансовых расчетов различают следующие варианты погашения кредита: погашение кредита единым платежом, погашение кредита равными платежами, погашение кредита срочными платежами.

В некоторых случаях кредит предприятию, фирме, физическому лицу выдается под более низкий процент и сумма прибыли, полученная кредитором, уменьшается (льготный кредит). В финансовых отношениях между странами это связано с политическими соображениями. Внутри страны предоставление такого кредита может быть обусловлено выполнением социально значимых проектов (строительство жилья для населения, мусороперерабатывающего предприятия и т. д.).

Конечно, подобный кредит равносителен субсидии заемщику. Возможен кредит с отсрочкой платежей, отсрочкой выплаты процентов и вообще беспроцентный льготный кредит.

Показателем упущенной выгоды (грант-элемент) является абсолютная упущенная выгода

$$M = S_i - S_e, \quad (3.3)$$

где S_i – сумма, которую получил бы кредитор по действующей процентной ставке; S_e – сумма, которую получает кредитор по льготной процентной ставке.

Относительная упущенная выгода

$$\omega = M / D, \quad (3.4)$$

где D – сумма кредита.

Под *ипотекой* понимается денежная ссуда, предоставляемая под залог недвижимого имущества (землю, дома, предприятия). На период ипотеки заложенное имущество остается во владении должника.

Оформляется ипотечная ссуда через закладную, в которую входит: наименование должника и кредитора, сумма ипотечной ссуды, срок уплаты, описание залога и его стоимости, подтверждение прав должника на закладываемое имущество, подписи сторон, отметка о регистрации сделки. Отдельным документом оформляются условия сделки. В случае нарушения условий сделки по решению суда заложенное имущество продается для удовлетворения требований кредитора или объявляется его собственностью. Варианты ипотеки:

а) *традиционная ипотека*, при которой сумма кредита погашается равными частями через определенные периоды;

б) *ипотека с изменяющейся процентной ставкой*. В некоторых случаях процентную ставку привязывают к коэффициенту инфляции и (или) курсу доллара.

Если у покупателя товара в данный момент нет в наличии нужной суммы, то возможен следующий вариант сделки (форфейтинг). Покупатель выписывает продавцу комплект векселей, равный стоимости

покупаемого товара, плюс проценты. Продавец учитывает векселя в банке таким образом, что весь кредитный риск в случае неуплаты платежей по векселям приходится на банк. Разумеется, учетная ставка оказывается в этом случае более высокой. Кроме того, банк, учитывающий векселя, требует гарантий от банка покупателя. В итоге продавец получил деньги, покупатель – товар в кредит, а банк – доход от учета векселей.

3.2. Задачи для закрепления материала

Вариант 1

Размер кредита, полученного фирмой на срок 6 месяцев, равен 600 млн. руб. Сумма возврата кредита – 700 млн руб. Определите простую процентную и учетную ставку кредита.

Вариант 2

Какие условия предпочтет клиент при получении кредита: а) процентная ставка – 30 %, начисление процентов ежемесячное; б) процентная ставка – 32 %, начисление процентов ежеквартальное; в) процентная ставка – 33 %, начисление процентов по полугодиям.

Вариант 3

Предприятие для модернизации оборудования решило взять в банке кредит в 600 млн руб. Кредит выдается под 36 % годовых. Срок кредита – 9 месяцев. Кроме того, банк требует 8 % от суммы кредита в залог. Какую сумму получит заемщик, если проценты простые и оплачиваются при выдаче кредита. Определите реальную процентную ставку для кредита.

Вариант 4

Фирма получила на полгода банковский кредит в 800 млн руб. под 24 % годовых. Проценты за кредит банк берет авансом. Рассчитайте реальную процентную ставку за кредит в случае: а) не требуется залога; б) залог за предоставление кредита составляет 6 % от суммы кредита.

Вариант 5

Фирма получила кредит на 3 месяца под залог недвижимости стоимостью 1,6 млрд руб. Величина кредита составляет 80 % от стоимости недвижимости. Процентная ставка по кредиту – 36 % годовых, комиссионные по обслуживанию кредита составляют 2 %. Определите сумму

полученного кредита, реальную процентную ставку и доход банка. Проценты за кредит банк берет авансом.

Вариант 6

Фирма для строительства цеха по производству медицинских препаратов получила от государства льготный кредит под 6 % годовых на 4 года. Сумма кредита – 1,6 млрд руб. Проценты сложные и оплачиваются при выдаче кредита. Какую сумму получит фирма?

Вариант 7

Фирма получила кредит в 18 млн руб. на три года под 28 % годовых. Погашение кредита и процентов должно происходить в конце каждого года равными суммами. Проценты начисляются на непогашенную часть кредита. Определить платежи по кредиту и процентные платежи по годам.

Вариант 8

Сумма кредита – 300 млн руб. Кредит получен на 4 года под процентную ставку 24 % годовых. Начисляются проценты на непогашенную сумму кредита. Погашение кредита и процентов должно происходить равными платежами в конце каждого года. Определите величину годового платежа, общую сумму процентов и наращенную сумму кредита.

Вариант 9

Предприятие получило кредит в 800 млн руб. сроком на 2 года под простую процентную ставку 54 % годовых. Рассмотрите план погашения кредита и начисленных на оставшуюся сумму кредита процентов серией из восьми равных платежей, которые выплачиваются в конце каждого квартала.

Вариант 10

Предприятие получило банковский кредит в 800 млн руб. сроком на 2 года под процентную ставку 54 % годовых. Проценты по кредиту выплачиваются ежемесячно, а сам кредит должен быть оплачен единым платежом в конце срока погашения. Для обслуживания кредита предприятие создало накопительный фонд, в который в конце каждого месяца вносятся равные денежные суммы. Номинальная процентная ставка банка – 36 % годовых. Начисление процентов ежемесячное. Определите величину месячных взносов и общей суммы по обслуживанию кредита.

Вариант 11

Предприятие взяло льготный кредит на строительство нового цеха под процентную ставку 12 % годовых. Сумма кредита – 2 млрд руб. Срок погашения кредита – 4 года. Для погашения кредита создан специальный фонд, в который ежегодно в конце года вносятся одинаковые суммы. Проценты на вносимые суммы сложные, начисляются один раз в год по процентной ставке 36 % годовых. Определите величину ежегодного взноса и общую сумму фонда, если погашение кредита и процентов осуществляется единым платежом. Определите сумму экономии фирмы за счет создания фонда.

Вариант 12

Фирма получила кредит в 200 млн руб. на 2 года под 8 % годовых. Проценты сложные. Проценты и кредит должны быть оплачены единым платежом в конце срока погашения. Для обслуживания кредита создан накопительный фонд. В этот фонд в конце каждого месяца вносятся равные суммы. Номинальная процентная ставка на вносимые суммы составляет 10 %. Определите размер ежемесячного взноса и общей суммы по обслуживанию кредита.

Вариант 13

Льготный кредит в 1800 млн руб. выдан на 3 года под процентную ставку 10 % годовых. Действующая на момент выдачи кредита процентная ставка 24 % годовых. Годовые платежи за кредит равны и погашаются в конце каждого года. Определите абсолютную и относительную упущенную выгоду.

Вариант 14

Под залог недвижимости банк выделил ссуду в 300 млн руб. на два года под номинальную процентную ставку 24 % годовых. Оплата ипотечной ссуды и процентов, согласно условиям договора, должна происходить поквартально равными суммами. Определите сумму возврата и величину ежемесячного платежа.

Вариант 15

Клиент получил ипотечную ссуду в 100 млн руб. на один год под номинальную процентную ставку 38 % годовых. Оплата ипотечной ссуды и процентов происходит поквартально равными суммами. Определите оставшуюся непогашенную сумму основного долга D % через квартал.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 4

Изучение теоретических основ с закреплением материала решением задачи по теме «Лизинг»

4.1. Общие положения

Лизинг – комплекс имущественных отношений, складывающихся в связи с передачей имущества во временное пользование. По лизинговому договору лизингодатель сдает принадлежащее ему имущество во временное владение и пользование лизингополучателю либо обязуется приобрести в собственность указанное лизингополучателем имущество у определенного им продавца и предоставить это имущество лизингополучателю за плату во временное владение и пользование для предпринимательской деятельности. В договоре лизинга может быть предусмотрено право выкупа лизингового имущества лизингополучателем по истечении или до истечения срока договора.

Лизинговые операции возникли в начале 1950-х г., широкое внедрение началось в 1960-х г. В первой половине 1980-х г. лизинговые операции охватили примерно 60 стран с общей суммой контрактов 36 млрд дол.

Предприятия, используя лизинговые операции, получают самое современное техническое оборудование. Собственных средств на такую модернизацию у предприятий не хватает, и лизинг способствует увеличению темпов обновления продукции. Поэтому во многих странах лизинговым компаниям предоставляются льготы по налогам.

Зарубежный опыт показывает, что рост лизинговых операций приходится на время спада производства и замедляется во время стабилизации. Действительно, в период инфляции предприятиям трудно угнаться за возрастающими ценами на оборудование. Банкам невыгодно в этот период давать долгосрочные кредиты. И одним из путей технического перевооружения предприятий становится лизинг.

Лизинг освобождает товаропроизводителя от единовременной оплаты стоимости средств производства. Производственные задачи решаются за счет временного использования, а не покупки морально стареющих машин. Расширяется круг потребителей за счет тех, кто не может сразу купить технику. Лизинг предоставляет некоторые налоговые и амортизационные льготы пользователю и лизингодателю.

Различают оперативный и финансовый лизинг. При *оперативном лизинге* за амортизационный период машины неоднократно передаются в краткосрочную аренду различным пользователям. Заканчивается оперативный лизинг куплей-продажей машин. Сервисное обслуживание берет на себя лизингодатель, что отражается в ставках лизинговых платежей. Такой тип лизинга применяется, если лизингополучатель не желает нести

риск по владению имуществом, не уверен в своей длительной платежеспособности, хочет убедиться в правильности выбора объекта.

При *финансовом лизинге* машины по средне- или долгосрочному договору передаются в пользование одному клиенту, который может являться его покупателем по остаточной стоимости. При этом не предусматривается сервисное обслуживание имущества лизингодателем. Досрочное прекращение договора исключено, лизингополучатель сам отбирает нужную ему технику, договаривается с изготовителем о цене и сроках поставки.

Сумма лизинговых платежей за период договора включает полную стоимость лизингового имущества в ценах на момент сделки. Весь риск по порче, утрате лизингового имущества переходит к лизингополучателю. Объект лизинга состоит на балансе лизингодателя.

У лизинга много общего с отношениями поручения, купли-продажи, товарного кредита и особенно аренды, но есть и существенные отличия. Так, при аренде ежемесячная плата может изменяться, а лизинговые взносы зафиксированы в договоре и не подлежат корректировке. Арендные платежи зависят от рыночной конъюнктуры. При лизинге величина разового лизингового платежа R зависит от стоимости и остаточной стоимости объекта, лизинговой ставки и срока лизингового договора. Если при аренде правоотношения сторон в основном имущественные, то при лизинге стороны связаны имущественными, кредитными и коммерческими правоотношениями; за недостатки переданного пользователю имущества при аренде отвечает арендодатель, а лизингодатель не отвечает за недостатки имущества.

Пользователь обязан произвести все лизинговые платежи полностью, так как при лизинге затраты по содержанию имущества несет пользователь, а арендодатель за свой счет обязан производить капитальный ремонт. Гарантсиями кредитора при лизинге является объект лизинга, а при кредите – залог имущества, гарантии банка. Погашается кредит за счет прибыли заемщика, а при лизинге – за счет амортизационных отчислений, включаемых в себестоимость выпускаемой продукции.

Существуют и негативные последствия лизинговых операций. Так, остаточная стоимость объекта при инфляции увеличивается для пользователя. Средства производства, полученные по лизингу, морально стареют, а лизинговые платежи зафиксированы контрактом. Стоимость лизинга может быть выше стоимости кредита.

Основные показатели при лизинговой деятельности.

– *Стоимость объекта лизинга P* – контрактная цена объекта. К моменту заключения договора равна рыночной цене объекта и не изменяется в дальнейшем.

– *Остаточная стоимость объекта S* в конце срока лизинга составляет от 3 до 30 % стоимости объекта; остаточная стоимость объекта не покупается в период лизинга.

– *Лизинговая ставка i* – заданная величина дохода от вложенных в объект средств. Определяется исходя из нормы прибыли, налогов, кредитной ставки, инфляции. При изменении налогов и уровня инфляции лизинговая ставка также может изменяться, но это должно быть зафиксировано в договоре.

– *Срок лизингового договора* для финансового лизинга определяется исходя из нормативного срока амортизации.

Приведем расчет лизинговых платежей при *оперативном лизинге*.

Пример 1. Фирма получила оборудование по оперативному лизингу на 2 млн руб. Срок лизинга – 2 года. Норма амортизационных отчислений – 12 % годовых, процентная ставка по кредиту, полученному лизингодателем, – 24 % годовых; комиссионное вознаграждение лизингодателя – 4 % годовых; размер вознаграждения за дополнительные услуги (юридическая консультация, обучение персонала) составляет 80 тыс. руб. Ставка налога на добавленную стоимость – 20 %. По окончании лизингового договора возможен выкуп оборудования по остаточной стоимости. Требуется определить размеры лизинговых взносов и остаточную стоимость оборудования, если лизинговые взносы платятся ежеквартально равными суммами в начале каждого квартала.

$P = 2$ млн руб.;
 $n = 2; m = 4$;
 $i_a = 0,12$;
 $i_k = 0,24$;
 $i_l = 0,04$;
 $i_{ндс} = 0,18$;
 $S = 80$ тыс. руб.

Введем обозначения: $i_a, i_k, i_l, i_{ндс}$ – соответственно процентные ставки амортизационных отчислений, по кредиту, комиссионная и налога на добавленную стоимость; S – размер вознаграждения за дополнительные услуги. Для дальнейших расчетов необходимо знать среднегодовую стоимость оборудования P_c (табл. 2).

Таблица 2

Пример расчета среднегодовой стоимости оборудования

Период	Стоимость оборудования на начало года, млн руб.	Амортизационные отчисления, млн руб.	Стоимость оборудования на конец года, млн руб.	Среднегодовая стоимость P_c , млн руб.
1-й год	2,0	0,24	1,76	1,88
2-й год	1,76	0,24	1,52	1,64

Определим лизинговые платежи за 1-й год. В состав платежей входят амортизационные отчисления, плата за кредит, комиссионное вознаграждение, дополнительные услуги и налог на добавленную стоимость.

Амортизационные отчисления

$$S_a = i_a \cdot P = 0,12 \cdot 2 = 0,24 \text{ млн руб.}, \quad (4.1)$$

где P – балансовая стоимость оборудования по договору лизинга.

Проценты за используемые кредитные ресурсы:

$$S_k = i_k \cdot P_c = 0,24 \cdot 1,88 = 0,4512 \text{ млн руб.}, \quad (4.2)$$

где P_c – среднегодовая сумма непогашенного кредита или среднегодовая сумма остаточной стоимости оборудования – предмета лизингового договора.

Комиссионное вознаграждение устанавливается в процентах от балансовой стоимости или среднегодовой остаточной стоимости оборудования – предмета лизингового договора P_c .

$$S_l = P_c \cdot i_l = 1,88 \cdot 0,04 = 0,0752 \text{ млн руб.} \quad (4.3)$$

Годовая плата за дополнительные услуги:

$$S_{год} = \frac{S}{n} = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ млн руб.} \quad (4.4)$$

Сумма прямых лизинговых платежей:

$$S' = S_a + S_k + S_l + S_{год} = 0,8064 \text{ млн руб.}, \quad (4.5)$$

где в S' включаются амортизационные отчисления, плата за кредитные услуги, комиссионные расходы – вознаграждение лизингодателю и плата за дополнительные услуги.

Размер налога на добавленную стоимость:

$$S_{ндс} = S' \cdot i_{ндс} = 0,8064 \cdot 0,18 = 0,1452 \text{ млн руб.} \quad (4.6)$$

Сумма лизинговых платежей за 1-й год:

$$S_1 = S' + S_{ндс} = 0,8064 + 0,1452 = 0,9516 \text{ млн руб.} \quad (4.7)$$

Платежи за 2-й год: $S_a = 0,12 \cdot 2 = 0,24$ млн руб., $S_k = 1,64 \cdot 0,24 = 0,3936$ млн руб., $S_l = 1,64 \cdot 0,04 = 0,0656$ млн руб., $S_{год} = 0,04$ млн руб., $S'' = 0,7392$ млн руб., $S_{ндс} = 0,7392 \cdot 0,18 = 0,1331$ млн руб., $S_2 = 0,7392 + 0,1331 = 0,8723$ млн руб.

Общая сумма платежей за срок лизингового договора:

$$\Sigma S = S_1 + S_2 = 0,9516 + 0,8723 = 1,8239 \text{ млн руб.} \quad (4.8)$$

Ежеквартальные лизинговые взносы

$$R = \frac{\Sigma S}{m \cdot n} = \frac{1,8239}{4 \cdot 2} = 0,2280 \text{ млн руб.} \quad (4.9)$$

Общая сумма платежей по отдельным статьям затрат приведена в табл. 3.

Таблица 3

Расчет платежей по статьям

Статьи расходов	Сумма, млн руб.	Проценты
Амортизационные отчисления	0,48	26,32
Проценты за кредит	0,8448	46,32
Комиссионные расходы	0,1408	7,72
Дополнительные услуги	0,08	4,39
НДС	0,2783	15,25
Итого	1,8239	100,00

Остаточная стоимость оборудования

$$S_{ост} = P - \sum S_a = 2 - 0,48 = 1,52 \text{ млн руб.} \quad (4.10)$$

Методика расчета лизинговых платежей по договору *финансового лизинга с полной амортизацией* практически не отличается от рассмотренной выше, но определяются не ежеквартальные лизинговые взносы, а ежегодные суммы, что несколько упрощает методику, изменяя формулу (4.9):

$$R_{год} = \frac{\sum S}{n}. \quad (4.11)$$

Методика расчета лизинговых платежей с ускоренной амортизацией аналогична определению ежегодных лизинговых взносов, только в этом случае применяются увеличенные нормы амортизации $i_a^{ук}$ введением коэффициента κ :

$$i_a^{ук} = i_a \cdot \kappa. \quad (4.12)$$

При получении авансовых платежей A лизингодателем от лизингополучателя размер годовых лизинговых платежей $R_{год}$ уменьшается

$$R_{год} = \frac{(\sum S) - A}{n}. \quad (4.13)$$

4.2. Задания для закрепления материала

Стоимость имущества, полученного фирмой по лизингу P . Срок лизингового договора n . Норма амортизационных отчислений i_a . Процентная ставка по кредиту для лизингодателя i_k годовых. Комиссионное вознаграждение i_n годовых. Дополнительные услуги, оказываемые лизингодателем, оценены в S . Налог на добавленную стоимость составляет 18 %. Для некоторых вариантов дополнительно предусмотрена ускоренная амортизация

с коэффициентом k и аванс лизингодателю в размере A . Для вариантов с 1 по 5 предусмотрены полугодовые лизинговые платежи, для вариантов с 6 по 10 – ежеквартальные, для вариантов с 10 по 15 – ежегодные. Определите размер очередного лизингового взноса и процентный состав затрат лизингополучателя (табл. 4).

Таблица 4

Размер лизингового взноса и процентный состав затрат лизингополучателя

Показатели	Значения по вариантам (в числителе – с 1 по 8, в знаменателе – с 9 по 15)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	9	10	11	12	13	14	15	-
P , млн руб.	6	10	10	10	4	6	8	10
n , лет	5	4	5	3	4	9	6	4
i_a , %	12,5	12,5	10	12,5	12	12	12	12,5
	10	10	12	10	20	12,5	10	-
i_k , %	36	24	20	24	24	36	24	24
i_l , %	6	6	6	7	12	6	8	10
S , тыс. руб.	640	800	550	700	100	500	800	400
A , млн руб.	0,5	1,0	1,5	2,0	-	-	1,0	4,0
	-	-	-	-	1,0	2,0	-	-
k	1,6	2,0	1,4	2,0	-	-	1,2	1,8
	-	1,5	-	-	1,2	1,5	1,5	-

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 5

Изучение теоретических основ с закреплением материала решением задачи по теме «Валютные расчеты и проценты»

5.1. Общие положения

Национальная валюта – денежная единица, принятая в данной стране. Под иностранной валютой понимают любое платежное средство (чеки, векселя, аккредитивы, деньги) в иностранной валюте.

Иностранная валюта подразделяется на:

а) *конвертируемую*, которая свободно и неограниченно обменивается на любую валюту всеми категориями физических и юридических лиц;

б) *частично конвертируемую*, для которой существуют ограничения по некоторым валютным операциям или для иностранных физических и юридических лиц;

в) *неконвертируемую*, для которой существуют ограничения по всем валютным операциям для физических и юридических лиц. Государство в этом случае применяет различные меры, ограничивающие расчеты в иностранной валюте. Неконвертируемая валюта используется только

в пределах данной страны. Цена валюты определяется при помощи *валютного курса* – соотношения, по которому осуществляется обмен одной валюты на другую.

Стоимость обмена одной валюты по отношению к другой валюте называется *котировкой*. Курс иностранной валюты (котировка) формируется на валютных биржах в результате торгов или устанавливается государственными органами. Обменный курс валют для покупателя и продавца формируют коммерческие банки для покупки валюты и продажи ее.

Таким образом, котировка валюты является ценой, по которой трейдер может купить (*ASK*) или продать (*BID*) ту или иную валюту. На валютном рынке котировка всегда состоит из двух цен – котировки валюты, по которой продавцы этой валюты готовы продать, и котировки валюты, по которой продавцы этой валюты готовы купить.

Банки-маркетмейкеры в нормальных рыночных условиях котируют для своих клиентов как цену покупки, так и цену продажи валюты, для которой они формируют рынок.

Каждая сделка с иностранной валютой включает в себя операции с двумя валютами – и очень важно знать, какая из них является *базовой валютой* (или фиксируемой) и *валютой котировки* (или контр-валютой). Трейдер всегда покупает или продает фиксированное количество «базовой» валюты и меняет количество валюты котировки в зависимости от изменений валютного курса.

Валюта котировки является знаменателем, а базовая валюта – числителем. Когда числитель растет, базовая валюта усиливает свои позиции и становится дороже, когда числитель уменьшается, базовая валюта ослабляет свои позиции и становится дешевле. При произнесении котировки базовая валюта всегда произносится первой.

Например, котировка для «доллара-иены» означает, что доллар является базовой валютой и числителем; «доллар-свисс» означает, что швейцарский франк является валютой котировки; а «стерлинг-доллар» (обычно называют «cable») означает, что валютой котировки является уже доллар. В кодах валют, используемых для представления валютных пар, базовая валюта также обычно стоит на первом месте, а валюта котировки – на втором. Таким образом, «доллар-иена» выглядит как *USD/JPY*, «доллар-свисс» – *USD/CHF*, а «стерлинг-доллар» – *GBP/USD*.

Валютные котировки, как цена одной валюты в единицах другой валюты, бывают двух видов: «прямая» «direct» – определенная сумма национальной валюты за единицу иностранной валюты и «обратная» – сумма иностранной валюты за единицу национальной валюты.

Иногда в литературе фигурирует термин – «американские условия», который означает прямую котировку с точки зрения того, кто находится в США. Таким образом, котировка курса выражена в различных количествах американских долларов и центов за одну единицу иностранной валюты

(например, котировка – 1,2800 доллара за один евро). В свою очередь, термин «европейские условия» означает прямую котировку валют с точки зрения того, кто находится в Европе (например, котировка – 0,8000 евро за 1 американский доллар).

В жизни большинство цен имеют «прямые» котировки, т. е. при покупке газеты на улице вы платите за нее X рублей или долларов. Долгое время все обменные курсы имели прямую котировку. Курс доллара котиrowался на европейских условиях в Европе и на американских условиях в США. Однако в конце 70-х гг., когда валютный рынок начал двигаться по пути глобализации, американцам пришлось пересмотреть эту практику. Таким образом, на внебиржевом рынке доллары сейчас котируются на европейских условиях по отношению к большинству валют (т. е. количество иностранной валюты за 1 доллар США). Это означает, что дол. практически всегда является *базовой валютой*, а иностранная валюта – *валютой котировки*.

Однако из общего правила есть два крупных исключения. Фунт стерлингов, по отношению к которому доллар по-прежнему является валютой котировки. Маркет-мейкеры по всему миру котируют фунт стерлингов по цене X долларов и центов за фунт. Система десятичного исчисления котировок была принята в Великобритании только после 1971 г. и математически было гораздо легче котировать различные количества иностранной валюты за фунт, а не наоборот. Денежная единица Европейского Союза (ЕВРО) также котируется в долларах и центах за 1 евро.

Прямые и обратные котировки являются взаимобратными числами и можно легко получить одну из другой. Финансовые издания обычно публикуют оба вида котировок.

Различные банки и обменные пункты дают разные цены покупки и продажи валют – разные котировки, но эти котировки являются фиксированными на определенный срок. На валютном рынке котировки постоянно меняются, поскольку отражают текущие уровни спроса и предложения (*BID/ASK*).

Например, доллар США / ЕВРО на какой-то период имели соотношение 0,7920 / 0,7930; т. е. банк покупает доллар за 0,7920 ЕВРО, а продает за 0,7930 ЕВРО.

Разность между курсом продажи и покупки валюты является платой за услуги банка и различна для разных банков, что создает возможность для спекулятивных игр.

Пример 5.1. Клиент имеет 100 долларов США и хочет купить ЕВРО. Курс покупки доллара 0,7920 ЕВРО. Клиент может купить: $0,7920 \cdot 100 = 79,20$ ЕВРО.

Пример 5.2. Клиент имеет 300 ЕВРО и хочет продать их за доллары США. Курс продажи $1/0,7920 = 1,2626$. Клиент получит: $300 \cdot 1,2626 = 378,78$ \$.

В международных расчетах обычно базовой валютой является американский доллар, и тогда курс национальной валюты рассчитывается через доллар – такая котировка называется *косвенной*. Определение соотношения двух валют, рассчитанное по их курсу относительно третьей валюты, называется *кросс-курсом*.

Пример 5.3. Необходимо обменять 1000 ЕВРО на английские фунты стерлингов. Курс покупки-продажи доллара США 0,7920 / 0,7930 ЕВРО; 0,5481 / 0,5491 для фунта стерлингов.

Цена покупки фунтов стерлингов:

а) покупаем американские доллары по курсу 0,7930: $S_1 = 1\,000 / 0,7930 = 1261,03 \$$;

б) доллары продаем за фунты стерлингов по курсу 0,6242: $S_2 = 1261,03 \cdot 0,5481 = 691,17$ фунта стерлингов.

Цена продажи фунтов стерлингов для банка: продаются фунты стерлингов по курсу 0,5491 за доллар США; доллары продаются за ЕВРО по курсу 0,7920. $S_3 = 1000 \cdot 0,5491 / 0,7920 = 693,31$ фунта стерлингов. Банк заработал 2,14 фунта стерлингов.

Следует учитывать, что банки производят обмен по наиболее прибыльному для банка курсу.

Иностранная валюта может быть продана покупателю немедленно (кассовые сделки) и через фиксированный промежуток времени (форвардные сделки). При форвардных сделках поставка и платеж за валюту производятся через определенный срок по курсу, зафиксированному в момент заключения сделки. Форвардные сделки обеспечивают экспортно-импортные операции, хеджирование – страхование от неблагоприятных изменений валютного курса, спекуляций на продаже валюты.

Для проведения форвардной сделки банк в день поставки должен иметь нужную сумму валюты. Чтобы избежать потерь, банк требует гарантий (залога) и определенного процента от суммы сделки.

Банковские процентные ставки в разных странах различны, поэтому курсы валют по кассовым и форвардным сделкам тоже различны.

Пример 5.4. Курс валют фунт стерлинга / ЕВРО 1,445 / 1,447, банковские процентные ставки в Германии 8,5 %, в Великобритании – 14 % годовых. Если фирма поместит 10000 ЕВРО на месяц в банк Германии, то получит доход:

$$D_1 = 10\,000 (1 + 1/12 \cdot 0,085) - 10\,000 = 70,83 \text{ ЕВРО.}$$

Если фирма конвертирует ЕВРО в фунты стерлингов, поместит их в английский банк и через месяц вновь конвертирует в ЕВРО, то получит доход:

$$D_2 = 10\,000 \cdot 1,445 (1 + 1/12 \cdot 0,14) / 1,447 - 10\,000 = 102,68 \text{ ЕВРО.}$$

На валютном рынке различие в процентных ставках учитывается в форвардном курсе посредством форвардной премии или дисконта. Очевидно, что если процентная ставка для данной валюты более высокая, то она должна продаваться по более низкому валютному курсу. Размер форвардной премии (дисконта) рассчитывается по формуле

$$D = KK | i_1 - i_2 | \partial / K,$$

где i_1, i_2 – относительные процентные ставки для имеющейся i_1 валюты и валюты, в которую конвертируют; $K = 360$; ∂ – количество дней; KK – кассовый курс.

Пример 5.5. Фирма намерена продать в Великобритании товар на сумму 10000 фунтов стерлингов и купить в Германии партию компьютеров. Для этого фирма заключает форвардную сделку на срок 3 месяца. Кассовый курс фунт стерлингов / ЕВРО – 1,445; годовые процентные ставки на 3 месяца в Великобритании – 15 %, в Германии – 8,3 %.

При кассовой сделке фирма имела бы $P_1 = 1,445 \cdot 10\,000 = 14450$ ЕВРО.

Проценты за три месяца: $D_1 = 14450 \cdot 0,083 \cdot 1/4 = 299,84$ ЕВРО; $S_1 = 14450 + 299,84 = 14749,84$ ЕВРО. Премия (дисконт) $1,445 \cdot | 0,15 - 0,083 | \cdot 90/360 = 0,02420$.

Процентные деньги в Великобритании за 3 месяца: $D_2 = 10\,000 \cdot 0,15 \cdot 1/4 = 375$ фунтов.

Так как процентная ставка в Германии ниже, то фунт стерлингов должен продаваться по более низкому курсу и курс фунт стерлингов / ЕВРО будет: $1,445 - 0,02420 = 1,4208$ ЕВРО.

При форвардной сделке фирма получит $1,4208 \cdot 10000 = 14208$ ЕВРО.

$$S_2 = 10000 (1 + 3/12 \cdot 0,15) = 10375 \text{ фунтов.}$$

Наращенная сумма за три месяца: $10375 \cdot 1,4208 = 14740,8$ ЕВРО.

5.2. Задания для закрепления материала

Задание 1. Турист возвращается из страны A в страну B и решил обменять n единиц валюты страны A на валюту страны B .

Задание 2. Предприниматель должен приобрести валюту страны A на $10^5 \cdot n$ американских долларов. Годовые процентные ставки для доллара – 8,3 %, для валюты страны A – 9,96 %. Сколько единиц валюты страны A получит предприниматель при форвардной сделке через месяц? (табл. 5).

Таблица 5

Расчет форвардной сделки через месяц

Показатели	Значения по вариантам (в числителе – с 1 по 15, в знаменателе – с 16 по 30)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Количество единиц валюты <i>n</i>	500		1000		1500		2000		1800		1200			700	
Страна <i>A</i>	Швейцария		Япония		Турция		Швеция		Латвия		Кувейт		Япония		
Страна <i>B</i>	Кувейт	Латвия	Швейцария		Латвия		Турция		Швеция		Дания		Латвия		
Курс доллар США / валюта страны <i>A</i>	доллар США / швейцарский франк 1,218 / 1,228		доллар США / 10 японских йен 10,759 / 10,769		доллар США / 1000 турецких лир 1480,2 / 1481,2		доллар США / шведская крона 7,201/ 7,212		доллар США / латвийский лат 0,538 / 0,548		доллар США / кувейтский динар 0,2947 / 0,296		доллар США / 10 японских йен 10,759 / 10,769		
Курс доллар США / валюта страны <i>B</i>	доллар США / кувейтский динар / 0,2947 / 0,296	доллар США / латвийский лат 0,538 / 0,548	доллар США / швейцарский франк 1,218 / 1,228		доллар США / латвийский лат 0,538 / 0,548		доллар США / 1000 турецких лир 1480,2 / 1481,2		доллар США / шведская крона 7,201/ 7,212		доллар США / датская крона 5,889 / 5,900		доллар США / латвийский лат 0,538 / 0,548		

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 6

Изучение теоретических основ с закреплением материала решением задачи по теме «Операции с векселями»

6.1. Основные положения

Вексель – письменное долговое обязательство строго установленной формы, дающее владельцу векселя (векселедержателю) беспорное право требовать с кредитора уплаты указанной в векселе суммы по истечении указанного срока. Единственной гарантией платежей является финансовая надежность эмитента.

Соотношение между кредитором и заемщиком можно представить следующим образом. Продавец (кредитор) предоставляет покупателю (заемщику) товар. Покупатель выдает продавцу вексель. Стоимость векселя равна стоимости товара и с течением времени не меняется. Продавец этот вексель отправляет в банк.

Банк продавца оформляет платежные документы банку покупателя и получает от него деньги. Полученные деньги передаются продавцу за вычетом процентов банка.

Векселя бывают простые и переводные. *Простой вексель* – это ничем не обусловленное беспорное обещание должника уплатить определенную сумму по истечении срока векселя. В нем указывается место и время выдачи векселя, сумма, место и время платежа, наименование векселедержателя.

Переводной вексель (тратта) – письменное предложение кредитора должнику, чтобы он выплатил указанную сумму предъявителю векселя. Выдача переводного векселя называется *трассированием*. Лицо, которое выписывает тратту, – *трассант*. Лицо, на которое выдан вексель и которое должно произвести по нему платеж, – *трассат*. Лицо, в пользу которого трассат должен произвести платеж, – *ремитент*.

Казначейские векселя выпускаются государством для покрытия своих расходов. Они являются краткосрочными ценными бумагами и широко используются как средство платежа. Казначейские векселя существуют только в книжной форме записи и инвесторы не имеют на руках сертификатов.

В векселе указана сумма, которую заемщик должен вернуть кредитору. Проценты за пользование кредитом очень часто заемщик уплачивает при выдаче кредита, поэтому сумма, полученная заемщиком p , и сумма, указанная в векселе S , не одна и та же. Для практики очень актуальна задача по заданной величине S , указанной в векселе, определить величину p , которую получил заемщик. Такая операция называется *дисконтированием* – определением значения текущей стоимости p при условии, что после начисления на нее процентов она составит величину S .

Если владельцу векселя необходимы деньги, то он может продать банку или финансовой компании вексель до истечения срока. Разумеется, что вырученная при этом сумма будет ниже указанной в векселе. Покупка банком или специализированным кредитным учреждением векселей до истечения срока называется *учетом векселя*. При этом банк получает прибыль. *Дисконт* – это разность между номинальной стоимостью векселя S (т. е. суммой, указанной в векселе) и полученной векселедержателем суммой p , т. е.

$$D = S - p. \quad (6.1)$$

Дисконт реализуется через учетный процент – процент, взимаемый банками с суммы векселя при учете векселя.

При дисконтировании по процентным ставкам, применяя формулу простых процентов для текущей стоимости p , получим

$$p = \frac{S}{1+ni} \text{ и } p = \frac{S}{1+\frac{\partial}{K}i}. \quad (6.2), (6.3)$$

Среднесрочные и долгосрочные кредиты выдаются банком под сложные проценты.

Если p – текущая стоимость кредита, а S – его будущая стоимость через n лет при сложной процентной ставке i_c , то

$$p = \frac{S}{(1+i_c)^n}. \quad (6.4)$$

Если задается номинальная процентная ставка j при начислении процентов m раз в году на протяжении n лет, то

$$p = \frac{S}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}}. \quad (6.5)$$

6.2. Учет векселей по простой учетной ставке

Обычной банковской операцией является *учет векселей*, т. е. покупка их банком или финансовой компанией до истечения срока погашения. Банк покупает векселя с дисконтом по цене меньшей, чем номинальная.

Теперь уже банк будет хранить вексель и при наступлении назначенного срока предъявит его к платежу. За свою услугу банк удержит с продавца векселя учетную процентную ставку. *Учетная ставка* – это отношение прибыли, полученной банком к номиналу векселя или сумме возврата кредита.

$$d \% = \frac{S-p}{S} 100 \% \text{ или } d = \frac{S-p}{S}. \quad (6.6)$$

Дисконт банка, если вексель выдан на год, $D = S - p = S d$. Если срок векселя n лет, то дисконт банка $D = n S d$; с другой стороны, $D = S - p$, тогда

$$p = S (1 - nd). \quad (6.7)$$

Если срок, на который выдан вексель, ∂ дней, а количество дней в году K , то дисконт банка

$$D = \frac{\partial}{K} S d \text{ и } p = S \left(1 - \frac{\partial}{K} d\right). \quad (6.8)$$

Процентная ставка $i = \frac{S-p}{p}$ рассчитывается относительно текущей стоимости p ; в учетной ставке расчет производится относительно наращенной стоимости S . $K_d = 1 - nd = 1 - \frac{\partial}{K}d$ называется *дисконтным множителем*.

6.3. Учет векселей по сложной учетной ставке

При простой учетной ставке $p = S(1 - n d)$; при дисконтировании по сложной учетной ставке

$$p = S (1 - d_c)^n, \quad (6.9)$$

где n – срок в годах; d_c – сложная годовая учетная ставка.

Дисконтирование по сложной учетной ставке выгоднее владельцу. И это особенно заметно при большом сроке погашения векселей.

Если дисконтирование происходит m раз в году, то аналогично номинальной процентной ставке применяют номинальную учетную ставку d_H , т. е.

$$p = S \left(1 - \frac{d_H}{m} \right)^{mn}. \quad (6.10)$$

Частое дисконтирование еще более выгодно владельцу векселя.

6.4. Простая учетная ставка и инфляция

Если годовой уровень инфляции τ_z , то номинальная стоимость векселя с учетом инфляции S_τ :

$$S_\tau = S \left(1 + \frac{\partial}{K} \tau_z \right) = \frac{p \left(1 + \frac{\partial}{K} \tau_z \right)}{1 - \frac{\partial}{K} d}. \quad (6.11)$$

Введем простую учетную ставку, исправленную на инфляцию d_τ :

$$S_\tau = \frac{p}{1 - \frac{\partial}{K} d_\tau}. \quad (6.12)$$

Проведя несложные расчеты, получим

$$d_\tau = \frac{d + \tau_z}{1 + \frac{\partial}{K} \tau_z}. \quad (6.13)$$

6.5. Сложная учетная ставка и инфляция

При учете векселей по номинальной учетной ставке d_H с дисконтированием m раз в год и сроком погашения векселя n лет из формулы

$p = S \left(1 - \frac{d_H}{m}\right)^{mn}$ номинальная стоимость векселя следующая:

$$S = \frac{p}{\left(1 - \frac{d_H}{m}\right)^{mn}}. \quad (6.14)$$

Пусть годовые уровни инфляции одинаковы на протяжении n лет и равны τ_z . Тогда с учетом инфляции номинальная стоимость векселя

$$S_\tau = S (1 + \tau_z)^n \text{ или } S_\tau = \frac{p}{\left(1 - \frac{d_H}{m}\right)^{mn}} (1 + \tau_z)^n. \quad (6.15)$$

Введем $d_{H\tau}$ – номинальную учетную ставку, исправленную на инфляцию, т. е.

$$S_\tau = \frac{p}{\left(1 - \frac{d_{H\tau}}{m}\right)^{mn}}. \quad (6.16)$$

Для расчета $d_{H\tau}$ получится формула

$$d_{H\tau} = m \left[1 - \frac{1 - \frac{d_H}{m}}{(1 + \tau_z)^{1/m}} \right]. \quad (6.17)$$

6.6. Эквивалентность процентной и учетной ставок

Процентные и учетные ставки, обеспечивающие одинаковую доходность, будем называть эквивалентными.

а. Эквивалентность простой процентной и учетной ставок. Нарощенная сумма по формуле простых процентов $S_1 = P_1 (1 + n i)$. Нарощенная сумма при наращении по простой учетной ставке $S_2 = P_2 / (1 - d n)$. Одинаковая доходность обеспечивается равенством S_1 и S_2 . Тогда

$$i = d / (1 - d n) \text{ и } d = i / (1 + n i). \quad (6.18)$$

б. Эквивалентность сложной процентной и учетной ставок. Нарощенная сумма по формуле сложных процентов $S = P(1 + i_c)^n$, по формуле дисконтирования $S = P / (1 - d_c)^n$, при равенстве

$$i_c = d_c / (1 - d_c) \text{ и } d_c = i_c / (1 + i_c). \quad (6.18)$$

в. Эквивалентность ставок при начислении процентов m раз в году и номинальной процентной ставке j . Нарощенная сумма $S = P (1 + j / m)^{m n}$. Для простой учетной ставки: $S = P / (1 - d n)$, при равенстве $j = m [1 / (1 - d n)^{1/m n} - 1]$, тогда:

$$d = 1/n [1 - 1 / (1 + j / m)^{m n}]. \quad (6.19)$$

Для сложной процентной ставки при начислении процентов m раз в году и сложной учетной ставке:

$$j = m [1 / (1 - d_c)^{1/m} - 1] \text{ и } d_c = 1 - 1 / (1 + j / m)^m. \quad (6.20)$$

Рассмотренная методика определения учетных ставок применяется для расчета доходности различных финансовых сделок. Пусть владелец векселя номинальной стоимостью S учел его в банке за ∂_i дней до срока уплаты по нему по простой учетной ставке d . При учете векселя банк удерживает комиссионные, величина которых Sq , где q – процент от номинальной суммы векселя. Владелец векселя получит сумму $P = S - S \frac{\partial_i}{K} d - Sq$.

Доходность сделки для банка по эффективной ставке простых процентов $i_{эф}$. При

$$S = \left(S - S \frac{\partial_i}{K} d - Sq \right) \left(1 + \frac{\partial_i}{K} i_{эф} \right) \text{ и} \quad (6.21)$$

$$i_{эф} = \frac{K}{\partial_i} \left[\frac{1}{1 - \frac{\partial_i}{K} d - q} - 1 \right]. \quad (6.22)$$

Определим доходность этой операции для банка по ставке сложных процентов $i_{эф.с}$:

$$S = S \left(1 - \frac{\partial_i}{K} d - q \right) (1 + i_{эф.с})^{\partial_i / K} \text{ и} \quad (6.23)$$

$$i_{эф.с} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial_i}{K} d - q \right)^{K / \partial_i}} - 1. \quad (6.24)$$

6.7. Эффективность сделок с векселями

Одной из финансовых операций является перепродажа векселей. Доходность таких сделок определяется при помощи эффективной процентной ставки.

Пусть вексель номинальной стоимостью S и сроком погашения ∂_1 дней учтен финансовой организацией (банк, финансовая компания) по учетной ставке d_1 . Владелец векселя получит сумму $P_1 = S \left(1 - \frac{\partial_1}{K} d_1\right)$, где $K = 360$.

Через некоторое время по различным финансовым обстоятельствам организация перепродает вексель по учетной ставке d_2 и получит сумму $P_2 = S \left(1 - \frac{\partial_2}{K} d_2\right)$, где ∂_2 – число дней, оставшееся до срока погашения векселя. Таким образом, уплатив сумму P_1 и переучтя вексель через $\partial_1 - \partial_2$ дней, векселедержатель получит сумму P_2 . Эффективная процентная ставка простых процентов в этом случае определяется из соотношения

$$P_2 = P_1 \left(1 + i_{\text{эф}} \frac{\partial_1 - \partial_2}{K'}\right), \quad (6.25)$$

где K' – количество дней в году согласно применяемой методике.

Подставляя P_1 и P_2 , окончательно доходность сделки

$$i_{\text{эф}} = \frac{(\partial_1 d_1 - \partial_2 d_2) K'}{(\partial_1 - \partial_2)(K - \partial_1 d_1)}. \quad (6.26)$$

Очевидно, что $i_{\text{эф}} > 0$ при $\partial_1 d_1 - \partial_2 d_2 > 0$. Доходность сделки обеспечивается при условии

$$d_2 < d_1 \frac{\partial_1}{\partial_2}. \quad (6.27)$$

Если определить доходность сделки по учетной ставке сложных процентов $i_{\text{эф.с}}$, то

$$P_2 = P_1 \left(1 + i_{\text{эф.с}}\right)^{\frac{\partial_1 - \partial_2}{K'}}. \quad (6.28)$$

Подставляя для $i_{\text{эф.с}}$ значения P_1 и P_2 , получим

$$i_{\text{эф.с}} = \left(\frac{1 - \frac{\partial_2 d_2}{K}}{1 - \frac{\partial_1 d_1}{K}} \right)^{\frac{K'}{\partial_1 - \partial_2}} - 1. \quad (6.29)$$

Положительная доходность сделки будет при $\partial_1 d_1 > \partial_2 d_2$.

6.8. Задачи для закрепления материала

Вариант 1

1. Владелец векселя учел его в банке за 2 месяца до срока погашения по простой учетной ставке 44 % годовых и получил 20 млн руб. Годовой уровень инфляции 24 %. Определите номинальную стоимость векселя и реальную учетную ставку банка.

2. Три векселя номинальной стоимостью 20, 30 и 60 млн руб. и сроками погашения 80, 90 и 140 дней необходимо объединить в один со сроком погашения 120 дней. Объединение происходит по ставке простых процентов 80 % годовых. Какова стоимость объединенного векселя?

Вариант 2

1. Владелец векселя номинальной стоимостью 10 млн руб. учел его в банке за 2 месяца до срока погашения по простой учетной ставке 36 % годовых. Банк удерживает комиссионные в размере 2 % от стоимости векселя. Какую сумму получил владелец и чему равна доходность этой сделки по эффективной ставке простых процентов?

2. Четыре векселя номинальной стоимостью 10, 12, 18 и 20 млн руб. со сроками погашения 120, 124, 140 и 184 дня требуется объединить в один со сроком погашения 240 дней. Объединение происходит по сложной процентной ставке 60 % годовых. Определите стоимость объединенного векселя. Число дней в году – 360.

Вариант 3

1. Владелец векселя номинальной стоимостью 30 млн руб. учел его в банке за 3 месяца до срока погашения по простой учетной ставке 36 % годовых. Комиссионные 1 % от номинальной стоимости векселя. Какую сумму получил владелец и чему равна доходность сделки по эффективной ставке простых и сложных процентов?

2. Три векселя номинальной стоимостью 20, 50 и 80 млн руб. со сроками погашения 150, 210, 280 дней требуется объединить в один со сроком погашения 240 дней. Объединение происходит по годовой ставке сложных процентов – 90 %. Найдите стоимость объединенного векселя.

Вариант 4

1. Ожидаемый годовой уровень инфляции 30 %. Простая учетная ставка банка без учета инфляции 36 %. Определите учетную ставку банка с поправкой на инфляцию для кредитных операций сроком от 1 до 6 месяцев. Рассчитайте коэффициент дисконтирования, а также сумму, которую получит заемщик при номинальной стоимости кредита в 30 млн руб.

2. Владелец векселя номинальной стоимостью 10 млн руб. учел его в банке по учетной ставке 60 %. До срока погашения осталось 3 месяца.

Определите текущую стоимость векселя и дисконт банка в случае простой и сложной учетных ставок. В последнем случае дисконтирование ежемесячное.

Вариант 5

1. Владелец векселя учел его в банке за 3 месяца до срока погашения и получил 16 млн руб. Номинальный учетный процент банка – 0,72. Проценты сложные и начисляются ежемесячно. Определите номинальную стоимость векселя.

2. Ожидаемый годовой уровень инфляции – 30 %. Номинальная учетная ставка банка – 36 % годовых. Определите учетную ставку банка с поправкой на инфляцию для кредитных операций сроком от 1 до 6 месяцев, а также сумму, которую получит заемщик при номинальной стоимости кредита в 30 млн руб. Дисконтирование ежемесячное.

Вариант 6

1. Финансовая компания за кредит в 60 млн. руб. сроком на 4 месяца под номинальный учетный процент 0,9 получила дисконт 10 млн руб. Проценты сложные и начисляются ежемесячно. На какой срок был выдан кредит?

2. Определите простую и сложную номинальные учетные ставки при кредитовании, если за кредит в 50 млн руб., выданный на 4 месяца, нужно уплатить 60 млн руб. В последнем случае начисление дисконта ежемесячное.

Вариант 7

1. Четыре векселя номинальной стоимостью 20, 30, 40 и 50 млн руб. со сроками погашения 40, 50, 80 и 100 дней нужно объединить в один со сроком погашения 120 дней. Определите стоимость объединенного векселя, если простая процентная ставка, по которой происходит объединение, – 60 % годовых.

2. Определите, на какой срок получен кредит и какова учетная ставка банка, если за кредит в 60 млн руб. заемщик получил 64 млн руб. при реальной учетной ставке банка 36 % годовых. Годовой уровень инфляции – 18 %.

Вариант 8

1. Определите номинальный учетный процент, по которому был учтен вексель номиналом 50 млн руб. и сроком погашения 90 дней, если векселедержатель получил 40 млн руб. Начисление процентов ежемесячное.

2. На какой срок выдан кредит при учетной ставке 0,9, если заемщик получил 18 млн руб., а номинальная стоимость кредита 20 млн руб. Дисконтирование происходило по простой и сложной учетным ставкам. В последнем случае начисление дисконта ежемесячное.

Вариант 9

1. Владелец векселя учел его в банке за 6 месяцев до срока погашения по номинальной учетной ставке 36 % с ежемесячным дисконтированием и получил 10 млн руб. Годовой уровень инфляции ожидается 18 %. Определите реальную учетную ставку банка и номинальную стоимость векселя.

2. Определите номинальную стоимость векселя и дисконт банка, если банк учел вексель за 3 месяца до срока погашения по учетной ставке 60 % и владелец векселя получил 48 млн руб. Начисление дисконта ежемесячное.

Вариант 10

1. Три векселя номинальной стоимостью 20, 40 и 50 млн руб. со сроками погашения 120, 160 и 180 дней объединяются в один вексель со сроком погашения 240 дней. Средний годовой уровень инфляции – 24 %. Реальная доходность сделки должна быть 18 % годовых. Объединение происходит по сложной процентной ставке с учетом инфляции. Определите стоимость объединенного векселя.

2. За кредит номинальной стоимости в 100 млн руб. сроком на 3 месяца заемщику пришлось уплатить 120 млн руб. Годовой уровень инфляции – 24 %. Определите простую учетную ставку и реальную учетную ставку.

Вариант 11

1. Три векселя номинальной стоимостью 30, 60 и 90 млн руб. со сроками погашения 60, 80 и 120 дней объединяются в один вексель со сроком погашения 90 дней. Средний годовой уровень инфляции – 36 %. Реальная доходность сделки должна быть 18 % годовых. Объединение происходит по простой процентной ставке с учетом инфляции. Определите стоимость объединенного векселя.

2. Определите сложную учетную ставку, эквивалентную сложной процентной ставке 60 % годовых. Начисление дисконта и процентов один раз в год.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 7

Изучение теоретических основ с закреплением материала решением задачи по теме «Облигации и акции»

7.1. Облигации. Основные определения

Облигация – вид ценной бумаги, по которой ее владельцу выплачивается ежегодный доход, размер которого заранее установлен в форме определенного процента к номиналу облигации или же выплачивается в виде выигрышей, разыгрываемых в тиражах. Облигации относятся к категории ценных бумаг с фиксированным доходом, поскольку обязательства

по обслуживанию долга носят фиксированный характер, т. е. инвестиционное учреждение обязуется периодически выплачивать фиксированный процент и фиксированную выкупную сумму по истечении установленного срока. Инвестирование в облигации надежно защищено от риска, благодаря тому факту, что облигации представляют собой долг. Если компания, выпустившая облигации, потерпит крах, то выплаты держателям облигаций будут производиться в первую очередь.

Казначейские обязательства государства – это вид государственных ценных бумаг, удостоверяющих внесение их держателями денежных средств в бюджет и дающих право на получение фиксированного дохода в течение всего срока владения этими ценными бумагами.

В России государственные долгосрочные облигации (ГДО) выпускаются сроком на 30 лет в бланковом виде с набором купонов и реализуются только среди юридических лиц. Номинальная стоимость ГДО равна 100 тыс. руб. По облигациям один раз в год 1 июля выплачивается доход путем погашения соответствующих купонов. Купонная процентная ставка составляет 15 %. При покупке ГДО уплачивается налог на операции с ценными бумагами по ставке 0,1 % от суммы сделки. Эмитентом государственных краткосрочных обязательств (ГКО) является министерство финансов РФ. Эмиссия осуществляется в виде отдельных выпусков на сроки 3 и 6 месяцев. Номинальная стоимость облигации равна 1 млн руб. Размещение облигаций производится в виде аукциона с дисконтом от номинальной стоимости.

Кроме государства, облигации может выпускать региональная власть (муниципалитеты), банки и корпорации, и этот финансовый инструмент широко применяется как источник финансирования.

Облигации с нулевым купоном (в частности, российские ГКО) – это облигации, по которым проценты не выплачиваются, но при выпуске им назначается цена на условиях дисконтирования по сравнению с номинальной стоимостью.

Все облигации первоначально размещаются на регулярно проводимых аукционах, а затем свободно обращаются на вторичном рынке.

Облигации различных типов отличаются друг от друга сроком жизни, купонным процентом, условиями выкупа, налоговым статусом, ликвидностью, надежностью по обязательствам, статусом эмитента. Наиболее надежными во всем мире считаются государственные облигации.

На облигации указывается номинальная стоимость, а также выкупная цена, которая может отличаться от номинальной стоимости, или формула, по которой выкупная цена рассчитывается. Кроме того, указываются срок выкупа эмитентом (предприятием, выпустившим облигацию), норма доходности и сроки выплаты процентов. Обычно проценты выплачиваются ежегодно, по полугодиям или поквартально.

Государственные и региональные облигации выпускаются под гарантии государства и местной власти, облигации корпораций – под залог имущества. По сроку погашения различают краткосрочные облигации (несколько недель), среднесрочные (до 7 лет) и долгосрочные (свыше 7 лет). Выпускаются облигации и без указания срока погашения. Такие облигации могут быть выкуплены в любой момент.

Применяются выплаты дохода по облигациям по фиксированным и переменным во времени процентным ставкам. В последнем случае применяется ступенчатая процентная ставка. Например, для большей финансовой привлекательности процентная ставка возрастает по годам. Возможна также плавающая процентная ставка в зависимости от уровня ссудного процента. Для защиты от инфляции практикуется индексирование номиналов облигаций пропорционально индексу потребительских цен. Для облигаций без выплаты процентов выкупная цена устанавливается ниже номинальной и доход выплачивается при погашении облигаций. Доходом от облигаций являются фиксированные проценты в сумме с разностью между номинальной стоимостью облигации и ценой ее покупки, а также доходом от реинвестиций процентных денег.

Под *курсом облигации* $p_k^{\%}$ понимается отношение цены, по которой продается облигация p , к номинальной стоимости облигации N в процентах, т. е.

$$p_k^{\%} = 100 \% \frac{p}{N}. \quad (7.1)$$

Облигации имеют некоторые преимущества перед другими ценными бумагами. Если дивиденды корпораций облагаются налогом, то доходы от выпуска облигаций дают право на льготы при налогообложении. Выкупают облигации более «дешевыми» деньгами из-за инфляции. Возможен досрочный выкуп облигаций.

Несмотря на более низкий доход по сравнению с другими видами ценных бумаг, облигации являются более надежным методом инвестиций капитала. В связи с этим находят широкое применение в финансовой практике, являясь обязательной составляющей активов страховых и пенсионных фондов, финансовых компаний.

Облигации без выплаты процентов. Прибыль от такой облигации представляет разность между номинальной стоимостью и ценой. Пусть облигация имеет номинальную стоимость N , продажная цена облигации p , доход от облигации $D = N - p$, тогда

$$D = N \left(1 - \frac{p_k^{\%}}{100 \%} \right). \quad (7.2)$$

У таких облигаций обычно короткий срок погашения (до года). Определим доходность покупки такой облигации, используя эффективную ставку простых процентов $i_{эф}$.

Тогда наращенная сумма S за срок, на который выпущена облигация $\frac{\partial}{K}$, равна

$$S = p \left(1 + \frac{\partial}{K} i_{эф} \right) = \frac{p_K \% N}{100 \%} \left(1 + \frac{\partial}{K} i_{эф} \right). \quad (7.3)$$

Доход от покупки облигации $D = N \left(1 - \frac{p_K \%}{100 \%} \right)$, то

$$i_{эф} = \frac{(100 \% - p_K \%) K}{p_K \% \partial}. \quad (7.4)$$

Если доходность покупки такой облигации определять по ставке сложных процентов, то $S = p (1 + i_{эф.с})^{\partial / K}$, $D = S - p = p (1 + i_{эф.с})^{\partial / K} - p$, но $p = \frac{p_K \% N}{100 \%}$, $D = \frac{p_K \% N}{100 \%} [1 + i_{эф.с})^{\partial / K} - 1]$, с другой стороны $D = N \left(1 - \frac{p_K \%}{100 \%} \right)$, приравнивая, получаем $\frac{p_K \%}{100 \%} (1 + i_{эф.с})^{\partial / K} = 1$, откуда

$$i_{эф.с} = \left(\frac{100 \%}{p_K \%} \right)^{K / \partial} - 1. \quad (7.5)$$

Облигации с выплатой процентов в конце срока погашения. Обычно эти облигации выпускаются на продолжительный срок и прибыль на эти облигации состоит из процентов, которые рассчитываются по ставке сложных процентов и разности между номинальной стоимостью облигации и ценой покупки, которая может быть в зависимости от спроса и выше номинальной стоимости.

Доходность облигации с номинальной стоимостью N , процентной ставкой сложных процентов (годовой) i_c и ценой продажи p равна $D = N - p + N (1 + i_c)^n - N$, где $N (1 + i_c)^n - N$ – процентные деньги, $p = \frac{p_K \% N}{100 \%}$, соответственно $D = N [(1 + i_c)^n - \frac{p_K \%}{100 \%}]$, где $p_K \%$ – курс облигации.

Рассчитаем эффективную годовую ставку сложных процентов $i_{эс}$. Так как $D = S - p = p (1 + i_{эс})^n - p = N [(1 + i_c)^n - \frac{p_K \%}{100 \%}]$, $(1 + i_{эс})^n = \frac{(1 + i_c)^n - \frac{p_K \%}{100 \%}}{p} N + 1$, но $\frac{p_K \%}{100 \%} = \frac{p}{N}$, тогда

$$i_{\text{эс}} = \left[\frac{(1+i_c)^n - \frac{p_K}{100\%}}{\frac{p}{N}} + 1 \right]^{\frac{1}{n}} - 1 = \frac{1+i_c}{\left(\frac{p_K}{100\%} \right)^{\frac{1}{n}}} - 1. \quad (7.6)$$

Облигации с периодической выплатой процентов. Этот вид ценных бумаг предназначен прежде всего для покупки населением. Прибыль в этом случае равна процентным деньгам $D\%$ и разнице между номинальной стоимостью и ценой продажи.

$$D = N - p + D\%. \quad (7.7)$$

Максимальная прибыль будет в случае сложных процентов, когда процентные деньги реинвестируются.

Пусть платежи по облигациям происходят ρ раз в год с размером платежа N_i/ρ , где i – годовая процентная ставка сложных процентов.

Процентные деньги вновь инвестируются по номинальной процентной ставке j с начислением процентов m раз в год, и такой процесс продолжается n лет. Нарощенная сумма определяется как сумма финансовой ренты с выплатой платежей в конце периода. Коэффициент наращения для такой постоянной финансовой ренты K_H и наращенная сумма S :

$$K_H = \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{\rho}} - 1} \text{ и } S = K_H \frac{Ni}{\rho}. \quad (7.8), (7.9)$$

Определим эффективную процентную ставку такой сделки $i_{\text{эф}}$. Для срока n лет $D = p(1 + i_{\text{эф}})^n - p$, откуда

$$i_{\text{эф}} = \left(\frac{D+p}{p} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{D\% + N}{p} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left[\frac{(D\% + N)100\%}{p_K\%N} \right]^{\frac{1}{n}} - 1. \quad (7.10)$$

7.2. Акции

Основные определения. Акции – ценные бумаги, свидетельствующие о внесении пая в капитал акционерного общества и дающие право на получение дивиденда из прибыли этого общества, право участия в управлении акционерным обществом и получения части имущества после его ликвидации. Акции выпускаются банками, промышленными и торговыми корпорациями и бывают *простые* и *привилегированные*.

Под *волатильностью* понимается мера изменчивости рыночной цены акции на заданном периоде времени.

Рыночная цена корпоративной акции зависит от большого количества факторов: от величины полученной за год прибыли акционерной компании, размера выплачиваемых по акции дивидендов, доходности, ликвидности и рискованности акции, биржевой спекуляции, глубины рынка акции, величины текущего банковского процента, спроса и предложения на рынке акций, действительного финансового положения акционерной компании, деловой активности в отрасли и в стране и т. д.

Размер прибыли от купленных акций зависит от: темпов роста курса акции, размера выплачиваемых дивидендов, темпов инфляции и роста банковского процента, размеров налогов с прибыли. По простым акциям размер дивидендов заранее не фиксируется и не гарантируется. Величина дивидендов определяется общим собранием акционеров по итогам хозяйственной деятельности акционерного общества за истекший период. Простые акции дают право на управление акционерным обществом по принципу: одна акция – один голос, иногда несколько голосов. При покупке обыкновенных акций инвестор рискует понести убытки: от возможного падения курса акций, из-за слишком медленного роста курса, из-за сильных колебаний курса, из-за невыплаты дивидендов или из-за их малых размеров, из-за банкротства акционерной компании.

Существует шесть инвестиционных категорий обыкновенных акций.

«Голубые фишки» – наиболее известные и престижные акции. Элитные акционерные компании, попавшие в эту категорию, обычно выплачивают дивиденды своим акционерам в течение продолжительного времени как в хорошие, так и в неблагоприятные для компании годы.

Акции роста – это акции компаний, имеющих хороший потенциал для будущего роста прибыли. Обычно получаемая компанией прибыль вкладывается в дальнейшее развитие производства, а акционерам выплачиваются либо малые дивиденды, либо не выплачиваются вовсе. Цена акций роста очень изменчива и обычно повышается или понижается быстрее, чем цены других акций.

Доходные акции – это акции, текущая доходность по которым соперничает с доходностью ценных бумаг с фиксированным доходом. Это акции с длительной историей и стабильными выплатами дивидендов, более высоких, чем в среднем.

Обычно это акции компаний, лучших в своей отрасли, причем и отрасль в будущем имеет большие шансы оставаться одной из ведущих в мире.

Циклические акции – это акции компаний, у которых прибыль флуктуирует в точном соответствии с бизнес-циклом. Если условия для бизнеса благоприятные, то прибыль компании и курс акций этой компании быстро возрастают. Однако если условия для бизнеса ухудшаются, то прибыль и курс акции быстро уменьшаются.

Спекулятивными (рискованными) акциями могут быть как акции новых выпусков, так и акции с сильно изменяющимся отношением рыночной цены к доходу на акцию. Это акции, не имеющие стабильного успеха на фондовом рынке, но тем не менее обладающие потенциалом существенного роста курсов. Спекулятивными являются акции, выпущенные мелкими энергичными компаниями в развивающихся отраслях, а также сверхдешевые акции. Дивиденды малые либо не выплачиваются вовсе.

Защищенные (оборонительные) акции – это акции, которые устойчивы и относительно безопасны на падающих рынках. Цена защищенных акций очень стабильна и имеет наименьшее убывание на рынках с тенденцией к снижению курсов. Обычно это акции продовольственных компаний, фармацевтических и коммунальных предприятий, продукция которых нужна в любом экономическом климате.

По привилегированным акциям владельцы получают дивиденды в первую очередь. Минимальная величина дивидендов определяется фиксированными процентами от номинальной суммы акции. Величина процентов устанавливается акционерным обществом при выпуске акций. В случае ликвидации акционерного общества владелец имеет право на первоочередной возврат внесенного пая. Права на управление акционерным обществом привилегированные акции не дают.

Возможны различные варианты выплаты дивидендов по привилегированным акциям. Оплата акций с накоплением дивидендов приурочена к определенным датам, например к выходу работника компании на пенсию. Акции с плавающим дивидендом учитывают инфляцию; возвратные могут отзываться фирмой с выплатой премии и т. д.

Под *курсовой стоимостью акции (курсом акции)* понимается цена акции, складывающаяся на фондовом рынке при ее покупке или продаже. Владелец акции может ее продать по курсовой стоимости, которая зависит от многих факторов и в первую очередь от рентабельности предприятия. Изучив историю акционерной компании, проследив за курсом акции в течение всего периода ее существования, отметив рекорд полученных акционерами дивидендов, можно оценить – заниженный или завышенный курс имеет акция.

Для количественной оценки стоимости акции при покупке можно использовать следующие показатели: *действительную стоимость акции* – отношение выплаченных за год дивидендов к величине банковского процента; *книжную стоимость акции* – отношение всех активов компании за минусом пассивов к числу обращающихся акций; *отношение чистого дохода акционеров за год к среднему числу обращающихся акций (EPS)*; *отношение текущей цены акции к прибыли на акцию за год*, которое показывает, за сколько лет окупится покупка акции по текущей цене (так называемое P/E Ratio); *отношение дивидендов к чистому доходу акционеров за год* (показатель выплаты дивидендов).

Акциям при выпуске обычно назначается *номинальная стоимость* (номинал), которая в дальнейшем может иметь малое отношение к текущей рыночной цене акции. Цена акции при покупке имеет значение только по отношению к тому доходу или дивидендам, которые покупатель получит по этой акции.

Первично акция продается по эмиссионной цене, в которую включены, помимо номинальной стоимости, расходы дилерской фирмы. *Ликвидационная цена* акции является частью стоимости реального имущества, приходящегося на одну акцию при ликвидации акционерного общества.

Акции могут быть как *именными*, наименование владельца которых указано на бланке акции, так и *на предъявителя* без указания имени владельца.

Именные акции могут быть проданы другому владельцу, но при этом делается запись в книге учета акций и отметка на обратной стороне акции.

Источником дохода от покупки акции является: разница между ценой продажи акции через какой-то период времени и ценой покупки, плюс дивиденды. В финансовых газетах приводится ежедневная информация по котировке акций на фондовой бирже, а именно максимальная и минимальная цена акции, дивиденд на акцию, отношение дивиденда к стоимости акции при закрытии биржи и объем продаж акций за день.

Дивиденды – это часть прибыли акционерной компании, подлежащая распределению среди акционеров пропорционально числу и виду принадлежащих им акций. Дивиденды выплачиваются акционерам после выплаты компанией налога на прибыль. Предельный размер доходов по дивидендам не установлен, все зависит от количества акций владельца и конечных результатов работы компании. Величина дивидендов обычно прямо пропорциональна цене акции. Информация о дивидендах задается одним из двух способов: в виде процентной ставки или как абсолютное значение.

Доходы от простых акций. Владелец обыкновенных акций получают свои дивиденды только после выплаты дивидендов по привилегированным акциям. Решение о выплате дивидендов и об их размере принимает совет директоров акционерной компании, исходя из полученной прибыли. Держателю акций дивиденды наличными выплачиваются лишь в том случае, если компания имеет доход, но даже и это условие не является строго обязательным. Дивиденды по корпоративным акциям могут выплачиваться нерегулярно, а иногда выплата дивидендов производится акциями этой же компании. Например, если объявлены дивиденды в 10 % от цены акции, то на каждые 10 акций инвестору могут выдать одну новую акцию. Следует учитывать, что при этом книжная стоимость акции уменьшается, а капитал акционера остается неизменным.

Так как величина дивидендов определяется общим собранием акционеров, любые расчеты могут быть только ориентировочные. При анализе цены акции, по которой выплачиваются дивиденды, следует учитывать эффект, приносимый дивидендами, наблюдаемый на следующий день

после даты регистрации владельцев акций. После даты регистрации новый владелец не имеет права на получение ближайших дивидендов. Практика показывает, что после даты регистрации рыночная цена акций падает в среднем на 85 % от величины дивидендов. Цена акций, имеющих более высокую ставку дивидендов, падает в большей степени, чем цена акций с более низкой ставкой дивидендов. Между датой регистрации владельцев акций и датой выплаты дивидендов обычно проходит несколько недель. В это время акция называется *бездивидендной*.

Доходы от привилегированных акций. Доход от привилегированных акций D равен процентным деньгам $D\%$ плюс разность между ценой, по которой акции проданы через какое-то время p' , и ценой покупки акции p :

$$D = D\% + p' - p. \quad (7.11)$$

Без реинвестиций $D\% = N n \rho$, где ρ – процентная ставка по привилегированным акциям; n – срок в годах от покупки до продажи, N – номинальная стоимость акции.

Если процентные деньги вновь инвестируются под процентную ставку сложных процентов i_c , то наращенная сумма является суммой финансовой ренты, т. е.

$$D\% = N \rho \frac{(1+i_c)^n - 1}{i_c}. \quad (7.12)$$

Доходность от вложения денег в привилегированные акции определим по эффективной ставке сложных процентов $i_{эф}$. Из выражения $D = p(1 + i_{эф})^n - p$ получаем

$$i_{эф} = \sqrt[n]{\frac{D+p}{p}} - 1. \quad (7.13)$$

Под *котировкой акций* понимается как процедура определения курсов акций на бирже, так и официальная публикация биржевых курсов акций.

Биржевые котировки акций бывают следующих видов: котировки на начало и конец утреннего и вечернего биржевого торга; котировки покупателей и продавцов; средние котировки.

Котировальная комиссия фондовой биржи официально публикует курсы акций в биржевых бюллетенях. В официальной биржевой котировке обычно указываются следующие сведения: самый высокий и самый низкий курс акции за последние 52 недели, размер выплаченных дивидендов на акцию за последний год, процентное отношение дивидендов к курсу акции, отношение курса акции к доходу на акцию (P/E Ratio), объем продаж акций за день лотами по 100 штук, самый высокий и самый низкий курс акции за день курс, акции на конец торгового дня, изменение курса акции за день.

По итогам дневных торгов корпоративными акциями в РТС публикуется следующая числовая информация: номинал акции (руб.), максимальная цена покупки (\$), минимальная цена продажи (\$), цена последней

сделки (\$), объем сделок (шт.), размер дивидендов (руб. на акцию), максимальный курс за 52 недели (\$), минимальный курс за 52 недели (\$).

Опыт многих десятилетий показал, что во многих случаях изменение курсов акций на несколько месяцев опережает подъемы и спады производства. Поэтому во всем мире большое внимание уделяется индексам, отражающим положение в мире ценных бумаг.

Под *индексом курса акций* понимается составной взвешенный показатель курсов важнейших акций на фондовой бирже. Акции индекс фондовой биржи дает приблизительное представление о деятельности рынка акций в целом. Каждая акция в индексном образце взвешивается умножением количества акций данной компании на стоимость одной акции, что в результате дает общую стоимость всех акций рынка или капитализацию рынка. Поэтому компания с высокой капитализацией будет оказывать большее влияние на движение индекса, чем фонд, совокупная рыночная стоимость которого меньше. В качестве базисных активов для индексных опционов и фьючерсов используются такие акционные индексы, как S&P 500 и FT-SE 100. Одним из наиболее популярных в мире является индекс Доу Джонса (Dow Jones). Средняя Доу Джонса для промышленных акций (DJIA) – 30 курсов акций высококлассных промышленных компаний, отобранных по критериям рыночной стоимости и степени распространения среди широкого круга владельцев, в силу чего они считаются репрезентативными для общей динамики рынка ценных бумаг (акции котируются на Нью-Йоркской фондовой бирже). Если у DJIA акции взвешиваются по курсам, то у S&P – с учетом относительного веса каждого выпуска в обороте на рынке. Индекс NASDAQ отражает оборот акций на внебиржевом рынке (свыше 4200 наименований). NYSE Composite Index учитывает курсы всех акций, котируемых на Нью-Йоркской фондовой бирже (свыше 2200 наименований). В России рассчитываются, например, фондовый индекс Т-Daily, индекс компании АК&М и индекс РТС.

В заключение главы цитата из книги Герберта Ньютона Кэссона «Как делать и сохранять деньги»: «Если вы хотите надежность, то покупайте государственные облигации, если ваша цель сделать деньги – приобретайте привилегированные акции, для спорта пригодны обычные акции».

7.3. Задачи для закрепления материала

Вариант 1

Фирма приобрела 30 простых акций номинальной стоимостью по 0,3 млн руб. каждая и 20 привилегированных акций номиналом по 0,5 млн руб. по курсу 130 и 150 % соответственно. Дивиденды по акциям составили: первый год – 80 и 100 % на простые и привилегированные акции; второй год – 120 и 140 %. Дивиденды были реинвестированы в банк под номинальную процентную ставку 60 % годовых с поквартальным начислением процентов. Акции были проданы через 2 года по курсу 200

и 300 % соответственно на простые и привилегированные акции. Определите доход фирмы и доходность сделки по эффективной ставке простых и сложных процентов.

Вариант 2

Фирма приобрела пакет из 50 простых и 20 привилегированных акций номинальной стоимостью 100 и 200 тыс. руб. каждая по курсу 110 и 180 % соответственно.

Дивиденды на простую акцию составили: по годам – 80 и 120 %, по привилегированной акции – 120 и 200 %. Через два года акции были проданы по курсу 130 и 200 %. Определите доход фирмы и доходность сделки по эффективным ставкам простых и сложных процентов.

Вариант 3

Фирма владеет пакетом из 30 простых и 20 привилегированных акций номинальной стоимостью 1 и 2 млн руб. каждая. За квартал будет выплачен дивиденд в размере 100 % годовых по простым акциям и 200 % годовых по привилегированным акциям. Определите доход и доходность данного пакета акций.

Вариант 4

Клиент приобрел 10 акций номинальной стоимостью 0,5 млн руб. каждая по курсу 120 %. По акциям выплачен годовой доход в размере 30 % от номинала акции. Определите доход клиента и доходность сделки, если в течение года курс акций поднялся до 140 %.

Вариант 5

Фирма приобрела 30 облигаций номинальной стоимостью 0,5 млн руб. каждая сроком погашения 2 года по курсу 95 %. Проценты по облигациям выплачиваются по полугодиям, и годовая процентная ставка составляет 36 % годовых. Полученные деньги реинвестировались по ставке 30 % с начислением процентов 4 раза в год. Определите доход и доходность покупки облигаций.

Вариант 6

Покупатель приобрел пакет из 100 простых акций по цене 10000 руб. каждая и через 32 дня продал их по цене 12000 руб. каждая. Определите доход и доходность такой финансовой операции. Считается, что в году 365 дней.

Вариант 7

Фирма приобрела пакет из 40 облигаций номинальной Стоимостью 2 млн руб. каждая по курсу 90 %. Срок погашения – 4 года. Доход по облигациям выплачивается ежегодно по ставке 24 % годовых и реинвестируется по ставке 33 % годовых. Определите доход от облигации и доходность.

Вариант 8

Муниципалитет выпустил облигации сроком погашения 12 месяцев. Номинальная стоимость – 200 тыс. руб. Проценты выплачиваются 4 раза в год по номинальной процентной ставке 72 % годовых. Определите прибыль от покупки 5 таких облигаций по курсу 98 % и эффективную процентную ставку доходности, если процентные деньги реинвестируются под 78 % годовых с ежемесячным начислением процентов.

Вариант 9

Акционерное общество купило 100 облигаций номинальной стоимостью 200 тыс. руб. каждая. Срок погашения – 2 года. Облигации выпущены под процентную ставку сложных процентов – 40 % и приобретены по курсу 0,95. Определите прибыль от покупки и эффективную процентную ставку доходности покупки.

Вариант 10

Определите текущую стоимость пакета из 100 облигаций номинальной стоимостью 1 млн руб. каждая, если годовая процентная ставка 36 %. Срок погашения – 2 года. Банковская процентная ставка – 32 %. Проценты начисляются один раз в год.

Вариант 11

Фирма купила 8 облигаций номинальной стоимостью 2 млн руб. каждая сроком погашения 3 года по курсу 95 %. Доход по облигациям выплачивается в конце срока по сложной ставке процентов – 30 % годовых. Определите доход и доходность сделки.

Вариант 12

Клиент купил 4 облигации ГКО за 2,4 млн руб. Номинальная стоимость покупки – 3 млн. руб. До срока погашения – 40 дней. Определите доход клиента и доходность сделки. Количество дней в году равно 365.

Вариант 13

Фирма купила пакет облигаций ГКО по курсу 80 %. Срок обращения облигаций – 3 месяца. Определите эффективную процентную ставку такой сделки по формулам простых и сложных процентов.

Вариант 14

Фирма купила партию из 50 облигаций стоимостью 1 млн руб. по курсу 0,95. Срок погашения облигаций – 34 дня. Определите прибыль фирмы и эффективную процентную ставку прибыли по сложным и простым процентам. Количество дней в году – 360.

Вариант 15

Определите текущую стоимость пакета из 100 облигаций номинальной стоимостью 1 млн руб. каждая, если годовая процентная ставка 36 %. Срок погашения – 2 года. Банковская процентная ставка – 32 %. Проценты начисляются два раза в год.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Брусов П.Н. Финансовая математика: учебное пособие / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. 480 с.
2. Чуйко А.С. Финансовая математика: учебное пособие / А.С. Чуйко, В.Г. Шершнев. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. 160 с.
3. Четыркин Е.М. Финансовая математика: учебник / Е.М. Четыркин. М.: Дело, 2004. 400 с.
4. Самаров К.Л. Финансовая математика: сборник задач с решениями: учебное пособие / К.Л. Самаров. М.: Альфа-М; ИНФРА-М, 2009. 80 с.
5. Бочаров П.П. Финансовая математика: учебник / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. М.: Гардарики, 2002. 624 с.